

**OPTIMISASI *ROBUST* UNTUK MASALAH PENGENDALIAN
BIAYA PERSEDIAAN PRODUK ROTI
(STUDI KASUS: UMKM ANANDIA *BAKERY*)**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana pada
Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pakuan

Oleh:

Tiara Mulyasari

064118028



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PAKUAN
BOGOR
2023**

Bismillahirrahmanirrahim...

Alhamdulillahirabbilalamin... puji dan syukur saya panjatkan kehadirat Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Karena berkat rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Terima kasih saya ucapkan kepada keluarga tersayang, ter khusus kedua orang tua saya Ibu Yati Nurhayati dan Bapak Mulyadi, kakak saya Saldi Wiranata, serta saudara-saudara yang telah memberikan semangat, motivasi, dan doa-doa untuk saya. Berkat hal itu, saya dapat kembali semangat dalam menghadapi semua kendala dan masalah dalam menyelesaikan skripsi ini.

Terima kasih untuk Ibu Hagni Wijayanti, M.Si dan Ibu Ani Andriyati, M.Si yang telah membimbing dan memberikan motivasi dalam menyusun skripsi ini. Saya ucapkan terima kasih kepada seluruh dosen dan staf Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pakuan yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat selama masa kuliah sehingga dapat dijadikan bekal menuju masa depan. Semoga apa yang diberikan, akan dibalas dengan berlipat kebaikan oleh Allah SWT.

Terima kasih untuk sahabat saya (Amara Pratami, Alya Fadhilah, dan Tiara Skilla Amelia), rekan-rekan seperjuangan lainnya (Putri Dwi Fadila, Nida Hafiyya, Nur Hidayati, Afif Febriawan, Muhammad Triyanto) serta untuk sahabat saya dirumah (Ainaya Alya Syahrani, Upi Dahlia, Siti Aztira Setiawan, Dhika Muhammad Gym Nastiar, Rayi Hanapi, dan Fahrezi Muqhofa) telah memberikan saya dukungan yang luar biasa. Terima kasih untuk semua cinta, kasih dan cerita manisnya, semoga kebahagiaan selalu menghampiri kita semua.

Tidak lupa saya ucapkan terima kasih kepada teman-teman Program Studi Matematika Angkatan 2018 yang lainnya dan Himpunan Mahasiswa Matematika yang telah memberikan dukungan selama saya menuntut ilmu.

Alhamdulillah skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan terima kasih juga kepada pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, semoga karya ini dapat memberikan manfaat bagi pembacanya.

Aamiin Ya Rabbal Aalamiin.

HALAMAN PENGESAHAN

JUDUL : OPTIMISASI *ROBUST* UNTUK MASALAH
PENGENDALIAN BIAYA PERSEDIAAN PRODUK ROTI
(STUDI KASUS: UMKM ANANDIA *BAKERY*)

NAMA : TIARA MULYASARI

NPM : 064118028

Bogor, 03 Februari 2023

Menyetujui,

Pembimbing Pendamping



Ani Andriyati., M.Si

Pembimbing Utama



Hagni Wijayanti., M.Si

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Ir. Fitria Virgantari., M.Si

Dekan FMIPA



Asep Denih, S.Kom., M.Sc., Ph.D.

**SURAT PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER
INFORMASI SERTA PELIMPAHAN KEKAYAAN
INTELEKTUAL DI UNIVERSITAS PAKUAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Tiara Mulyasari

NPM : 064118028

Judul Skripsi : Optimisasi *Robust* untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan
Produk Roti (Studi Kasus: UMKM Anandia *Bakery*)

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi di atas adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Universitas Pakuan.

Bogor, 03 Februari 2023



Tiara Mulyasari

NPM. 064118028

RIWAYAT HIDUP



Tiara Mulyasari, dilahirkan di Kabupaten Sukabumi tepatnya di Kampung Pasir Leutik RT 01/RW 06 Desa Parungkuda Kecamatan Parungkuda pada hari Rabu tanggal 23 Februari 2000. Anak kedua dari dua bersaudara merupakan putri dari Mulyadi dan Yati Nurhayati. Penulis menyelesaikan pendidikan formal dimulai dari Sekolah Dasar pada tahun 2012 di SD Negeri 1 Parungkuda. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 1 Parungkuda dan tamat pada tahun 2015. Kemudian melanjutkan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Parungkuda dan tamat pada tahun 2018. Pada tahun 2018 penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu di Universitas Pakuan Bogor pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Pada tahun 2020 penulis melaksanakan Praktek Kerja Lapang di Badan Pusat Statistik. Selain itu, penulis mengikuti program Kampus Mengajar Angkatan 1 pada tahun 2021.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dalam organisasi Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) Universitas Pakuan Bogor. Pada periode 2020/2021 dan periode 2022 sebagai Anggota Departemen Seni dan Olahraga.

RINGKASAN

TIARA MULYASARI, Optimisasi *Robust* untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Roti (Studi Kasus: UMKM Anandia *Bakery*. Dibimbing oleh HAGNI WIJAYANTI dan ANI ANDRIYATI

Pengendalian persediaan merupakan salah satu masalah penting yang perlu diperhatikan dalam suatu perusahaan. Masalah umum pada pengendalian persediaan biasanya terjadi karena adanya ketidakpastian data seperti permintaan produk yang berubah-ubah. Anandia *Bakery* adalah UMKM yang memproduksi produk roti di kota Padang. Pengendalian persediaan bahan baku pada Anandia *Bakery* masih dilakukan dengan cara sederhana, sehingga seiring dengan tingginya permintaan produk menyebabkan terjadinya kekurangan persediaan bahan baku yang menghambat proses produksi. Terjadinya permintaan produk yang berubah-ubah, maka diperlukan model yang dapat mengatasi permasalahan pengendalian persediaan. Optimisasi *robust* adalah model optimisasi yang menggunakan ketidakpastian data untuk mendapatkan solusi yang tepat dan kokoh dengan menggunakan penyelesaian secara pemrograman linear. Kemudian model tersebut diselesaikan dengan menggunakan *software* MATLAB 7.0.4. Hasil yang diperoleh dengan menggunakan optimisasi *robust* untuk produk roti yaitu total biaya persediaan yang didapatkan selama 1 tahun sebesar Rp1.049.079.690. lebih kecil dari biaya persediaan UMKM Anandia *Bakery* yaitu sebesar Rp1.054.467.753.

Kata kunci: pengendalian persediaan, optimisasi *robust*, pemrograman linear, ketidakpastiaan data.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis kepada Allah SWT karena atas rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan penelitian yang berjudul “**Optimisasi Robust Untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Roti (Studi Kasus: UMKM Anandia Bakery)**”

Penelitian ini diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Pakuan. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak lepas dari kontribusi beberapa pihak. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Hagni Wijayanti, M.Si selaku Pembimbing Utama.
2. Ani Andriyati, M.Si selaku Pembimbing Pendamping.
3. Dr. Ir. Fitria Virgantari, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pakuan.
4. Kedua orang tua dan kakak yang telah memberikan dukungan, motivasi dan doa.
5. Teman-teman Program Studi Matematika, terutama Angkatan 2018.
6. Kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan, motivasi dan doa dalam penyusunan hasil penelitian yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Diharapkan hasil penelitian ini bermanfaat bagi pembaca dan khususnya bagi mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pakuan. Oleh karena itu, diharapkan kritik dan saran yang membangun bagi para pembaca.

Bogor, 03 Februari 2023



Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN PENGESAHAN	i
SURAT PERNYATAAN	i
RIWAYAT HIDUP	iii
RINGKASAN	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR LAMPIRAN	x
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan.....	3
1.3 Ruang Lingkup	3
1.4 Manfaat.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Pengendalian Persediaan	4
2.2 Optimisasi.....	5
2.3 Optimisasi <i>Robust</i>	6
2.4 Pemrograman Linier	7
2.5 Model Pendekatan Optimisasi <i>Robust</i> Pada Permasalahan Persediaan Menggunakan <i>Linear Programming</i>	9
2.5.1 Model dengan Kapasitas Pemesanan	10
2.5.2 Model dengan Kapasitas Persediaan	11
2.6 Mean dan Deviasi	11

BAB III METODOLOGI PENELITIAN	13
3.1 Data	13
3.2 Tahapan Analisis	14
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Pengambilan Data.....	16
4.2 Pembentukan Model Pendekatan Optimisasi <i>Robust</i> pada Permasalahan Persediaan.....	17
4.3 Simulasi Penerapan Model Optimisasi <i>Robust</i>	23
4.3.1 Perhitungan Nilai z_k	23
4.3.2 Perhitungan Permasalahan Model <i>Mixed Integer Linear Programming</i>	27
BAB V PENUTUP	35
5.1 Kesimpulan.....	35
5.2 Saran	35
DAFTAR PUSTAKA	36
LAMPIRAN.....	38

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
1. <i>Flowchart</i> Tahapan Analisis	14

DAFTAR TABEL

	Halaman
1. Data permintaan produk roti	Error! Bookmark not defined.
2. Nilai dk pada setiap periode ke- k	24
3. Nilai zk tiap-tiap periode	25
4. Nilai zk yang optimal dan dk	26
5. Hasil perhitungan optimisasi <i>robust</i> menggunakan Matlab.....	29
6. Validasi kendala pertama	30
7. Validasi kendala kedua	31
8. Validasi kendala ketiga	32
9. Validasi kendala keempat	33
10. Validasi kendala kelima	34

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
1. Pembentukan Matriks.....	39
2. <i>Source code</i> perhitungan menggunakan Matlab	43
3. Tabel total biaya persediaan UMKM Anandia <i>Bakery</i>	48

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Setiap perusahaan mempunyai tujuan yang sama yaitu memperoleh laba atau keuntungan. Dalam mencapai tujuan tersebut terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi, salah satunya yaitu pengendalian persediaan produk (A'yun, 2017). Persediaan merupakan suatu bahan atau barang yang disimpan yang akan digunakan untuk memenuhi tujuan tertentu. Tujuan dari kegiatan manajemen persediaan salah satunya untuk menciptakan penggunaan biaya yang efisien (Ahyadi, 2017).

Pengendalian persediaan bahan baku merupakan serangkaian hal dalam menentukan persediaan, waktu pembelian, dan jumlah persediaan yang harus disediakan. Pengendalian persediaan bahan baku memiliki tujuan untuk mengefisienkan biaya persediaan dengan cara melakukan pembelian yang tepat sesuai rencana produksi sehingga tidak ada kekurangan ataupun kelebihan biaya produksi (Efendi dan Faridz, 2019).

Permasalahan utama pada kasus ini adalah kebijakan sistem manajemen persediaan yang belum diperhitungkan dengan benar, yang dapat mengakibatkan sistem pengendalian persediaan bahan baku tidak berjalan dengan maksimal. Hal ini dapat menyebabkan stok mengalami kelebihan, kekurangan, atau biaya penyimpanan yang belum minimal, sedangkan bahan baku dengan nilai simpan yang tinggi (misalnya terigu) harus dikontrol dengan baik agar persediaan berjalan secara optimal yaitu tidak terjadi kekurangan dan kelebihan persediaan, dan biaya persediaan dapat diminimalkan (Sutjiadi, 2014).

Anandia *Bakery* merupakan salah satu pengusaha UMKM yang memproduksi berbagai jenis roti tawar dan manis. Pengendalian persediaan bahan baku pada Anandia *Bakery* masih dilakukan dengan cara yang sederhana, sehingga

seiring dengan tingginya permintaan produk menyebabkan terjadinya kekurangan persediaan bahan baku yang menghambat proses produksi. Kekurangan persediaan bahan baku terjadi pada bahan baku produk roti tawar panjang yang mana produk tersebut banyak diminati. Oleh karena itu, diusulkan sebuah model untuk mengatasi pemecahan masalah menggunakan optimisasi *robust*.

Menurut Greenberg, optimisasi *robust* mirip dengan pemrograman stokastik dalam model yang memiliki variabel acak, tetapi kelayakan semua *output* yang mungkin digantikan oleh fungsi kendala. Keutamaan dari penelitian ini terletak pada metode optimisasi *robust* itu sendiri. Sebuah rencana disebut tangguh (*robust*) jika dapat menahan ketidakpastian, yaitu tetap stabil walaupun beberapa parameter perencanaan berubah-ubah. Metode optimisasi *robust* yang diusulkan oleh Bertsimas dan Thiele adalah metode yang digunakan untuk mengatasi masalah yang berkaitan dengan ketidakpastian (A'yun, 2017).

Sudah banyak penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan persediaan dengan data yang tidak tentu menggunakan model optimisasi *robust*. Salah satunya adalah penelitian yang dilakukan oleh A'yun (2017) tentang model optimisasi *robust* untuk masalah pengendalian persediaan sandal. Dalam penelitian tersebut didapatkan hasil total biaya persediaan produk sandal dengan menggunakan optimisasi *robust* lebih sedikit dibandingkan dengan hasil perhitungan oleh perusahaan sandal tersebut. Dalam penelitian Sagita dan Sari (2019), mengenai model *economic order quantity* (EOQ) dan model optimisasi *robust* dalam penentuan persediaan alat suntik (*sprit*), penelitian tersebut juga membandingkan model EOQ dengan model optimisasi *robust*. Pada penelitian tersebut, model *robust* memperoleh hasil yang berbeda dengan menghasilkan biaya penyediaan yang lebih kecil dibandingkan dengan model EOQ.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka judul yang diambil dari penelitian ini adalah “**Optimisasi *Robust* Untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Roti (Studi Kasus: UMKM Anandia Bakery)**”.

1.2 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mendapatkan hasil penerapan pendekatan optimisasi *robust* yang kokoh dan dapat menutupi data-data yang tidak pasti pada permasalahan pengendalian persediaan produk roti *Anandia Bakery*.

1.3 Ruang Lingkup

Batasan yang diteliti dalam penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data permintaan produk roti tawar panjang, data biaya pembelian, data biaya pengadaan, data biaya penyimpanan, dan data biaya kekurangan pada Januari 2021 – Desember 2021 pada UMKM roti *Anandia Bakery*.
2. *Software* yang digunakan untuk perhitungan adalah *software* MATLAB.

1.4 Manfaat

Dalam penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat untuk UMKM *Anandia Bakery* dalam menyelesaikan permasalahan pengendalian biaya produksi roti tawar panjang, sehingga UMKM tersebut mendapatkan hasil biaya produksi yang lebih rendah.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pengendalian Persediaan

Pengendalian adalah suatu bisnis yang dilakukan agar suatu aktivitas bisa terlaksana sesuai dengan rencana. Pengertian persediaan adalah barang atau bahan yang menjadi objek utama bisnis suatu perusahaan. Pengendalian perusahaan adalah usaha penjagaan agar barang yang menjadi objek bisnis perusahaan bisa terlaksana sesuai dengan rencana (Wahid, 2020).

Pengendalian persediaan merupakan serangkaian kebijakan pengendalian untuk memilih tingkat persediaan yang wajib dijaga, kapan pesanan untuk menambah persediaan wajib dilakukan, jumlah atau taraf persediaan yang diharapkan untuk setiap perusahaan akan berbeda-beda sesuai dengan volume produksi, jenis perusahaan dan prosesnya. Pengendalian persediaan memiliki tujuan yaitu untuk menjaga perusahaan agar tidak sampai kehabisan persediaan yang dapat mengakibatkan terhentinya kegiatan produksi (Indah, dkk, 2018).

Biaya yang selalu timbul dalam persediaan diantaranya adalah biaya penyimpanan (*holding cost*), biaya persiapan (*set up cost*), biaya pemesanan (*ordering cost*), dan biaya kehabisan stok. Biaya-biaya tersebut merupakan biaya yang tidak dapat dihindari, namun dapat diminimalkan dan diperhitungkan tingkat efisiensinya dalam memilih kebijakan manajemen persediaan. Berikut ini merupakan definisi biaya persediaan (Pradana dan Jakaria, 2020):

1. Biaya Pemesanan (*Order Cost*)

Biaya-biaya yang muncul selama proses pemesanan sampai barang tersebut dalam tahap logistik dari pemasok diantaranya adalah biaya ekspedisi, biaya upah, biaya telepon, biaya surat menyurat, dan biaya pemeriksaan penerimaan.

2. Biaya Penyimpanan (*Carrying Cost*)

Biaya penyimpanan adalah salah satu biaya yang muncul didalam manajemen persediaan, dalam usaha mengondisikan persediaan supaya terhindar dari kerusakan, keusangan, dan kehilangan. Dengan demikian biaya penyimpanan dapat diuraikan menjadi beberapa bagian yaitu biaya fasilitas penyimpanan, biaya modal, biaya asuransi persediaan, biaya perhitungan fisik dan konsolidasi laporan, biaya kehilangan barang, dan biaya penanganan persediaan.

3. Biaya Persiapan (*Set Up Cost*)

Biaya persiapan merupakan biaya yang muncul dalam mempersiapkan mesin dan peralatan yang digunakan untuk proses konversi. Biaya-biaya tersebut antara lain adalah biaya mesin yang menganggur, biaya penyiapan tenaga kerja, biaya *scheduling*, dan biaya ekspedisi.

4. Biaya Kehabisan Stok (*Stockout Cost*)

Biaya kehabisan stok adalah biaya yang muncul akibat kehabisan persediaan yang diakibatkan dari kesalahan perhitungan dan lain-lain. Faktor yang mengakibatkan kehabisan stok diantaranya adalah biaya kehilangan penjualan, biaya kehilangan pelanggan, biaya pemesanan khusus, biaya ekspedisi, selisih harga, terganggunya operasi produksi, dan tambahan pengeluaran kegiatan manajemen.

2.2 Optimisasi

Optimisasi merupakan suatu proses untuk mencapai output yang optimal (nilai efektif yang bisa dicapai). Hasil optimum yang dihasilkan menurut permasalahan yang telah diubah ke model matematika. Optimisasi dapat diartikan juga sebagai proses untuk mencapai syarat maksimum atau minimum berdasarkan model matematika tersebut (A'yun, 2017).

Dengan ketidakpastian suatu parameter, maka diperlukan proses optimisasi *robust*. Hal ini tergantung pada analisis kasus terburuk yang terjadi dalam proses tersebut. Solusinya adalah perhitungan dengan menggunakan realisasi

ketidakpastian parameter yang paling tidak menguntungkan (Gabrel dan Thiele, 2013).

2.3 Optimisasi *Robust*

Optimisasi *robust* merupakan bidang penelitian terbaru dan aktif yang dikembangkan dalam 15 tahun terakhir. Optimisasi *robust* tidak mengasumsikan bahwa distribusi probabilitas diketahui, melainkan mengasumsikan bahwa data yang tidak pasti berada dalam himpunan ketidakpastian (Gorissen, dkk, 2015).

Optimisasi *robust* adalah model optimisasi yang menggunakan ketidakpastian data untuk mendapatkan solusi yang tepat. Optimisasi *robust* mengatasi masalah ketidakpastian data dengan memastikan kelayakan dan optimalisasi solusi untuk kasus terburuk dari parameter (A'yun, 2017).

Optimisasi *robust* adalah cara yang diakui untuk menangani permintaan yang tidak dapat diprediksi. Hal ini menyikapi ketipastian parameter dalam masalah-masalah optimisasi deterministik. Tidak seperti pemrograman stokastik, optimisasi *robust* tidak mengasumsikan bahwa ketidakpastian parameter adalah variabel acak dengan distribusi yang diketahui, melainkan mewakili ketidakpastian parameter (Akbar, dkk, 2015).

Optimisasi *robust* merupakan metode yang dikombinasikan dengan alat komputasi untuk mendapatkan masalah optimisasi ketika ada ketidakpastian data dan hanya diketahui dalam bentuk himpunan ketidakpastian. Masalah optimisasi linear dapat diselesaikan dengan menggunakan optimisasi *robust*. Berikut adalah bentuk umum pendekatan optimisasi *robust* untuk masalah pemrograman linier dengan data yang tidak pasti (Chaerani, dkk, 2021):

Meminimumkan $c^T x$

dengan kendala:

$$Ax \leq b \quad (1)$$

$$c, A, b \in u$$

Keterangan:

c^T : fungsi tujuan

x : variabel keputusan

c : koefisien biaya

A : matriks koefisien

u : himpunan ketidakpastian

2.4 Pemrograman Linier

Pemrograman linier secara umum dapat didefinisikan sebagai salah satu teknik dalam menyelesaikan riset operasi, yaitu khusus menyelesaikan masalah-masalah optimisasi, yaitu memaksimalkan dan meminimumkan. Pemrograman linier merupakan perencanaan kegiatan-kegiatan dengan menggunakan suatu contoh atau model umum yang bisa dipakai dalam pemecahan kasus pengalokasian sumber daya yang terbatas secara optimal (Asmara, dkk, 2018).

Bentuk umum dari pemrograman linier adalah (A'yun, 2017):

Mengoptimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j x_j \quad (2)$$

dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \{\leq, =, \geq\} b_i \quad (3)$$

$$x_j \geq 0 \quad (4)$$

Keterangan:

Z : nilai fungsi tujuan

C_j : nilai per unit kegiatan yang dimaksimalkan ditunjukkan dengan keuntungan per unit kegiatan, dan minimalisasi ditunjukkan oleh biaya yang dikeluarkan oleh biaya yang dikeluarkan per unit kegiatan

x_j : banyaknya nilai j , dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

a_{ij} : banyaknya sumber daya i yang dikonsumsi kegiatan j

b_i : jumlah sumber daya i

Mixed-Integer Programming merupakan pengembangan dari pemrograman linier dimana beberapa variabel keputusannya harus berupa *integer*. Dalam *mixed-integer programming*, hanya sebagian dari variabel keputusannya yang berupa *integer*. Bentuk umum dari *mixed-integer programming* sama dengan persamaan (2), (3), dan (4), dengan x_j bernilai *integer* untuk beberapa j .

2.5 Model Pendekatan Optimisasi *Robust* Pada Permasalahan Persediaan Menggunakan *Linear Programming*

Menurut Bertsimas dan Thiele permasalahan persediaan dapat dituliskan dengan *mixed integer programming* dengan persamaan sebagai berikut (A'yun, 2017):

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{t-1} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (5)$$

dengan kendala:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{i=0}^k (u_i - d_i) \right), \quad k = 0, \dots, t - 1$$

$$y_k \geq -p \left(x_0 + \sum_{i=0}^k (u_i - d_i) \right), \quad k = 0, \dots, t - 1$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, \quad k = 0, \dots, t - 1$$

Keterangan:

c : biaya pembelian

u_k : pemesanan saat periode- k

K : biaya pengadaan/pemesanan barang

v_k : variabel biner 0 atau 1 (jika nilai K bersifat pasti maka $v_k = 1$, jika nilai bersifat tidak pasti maka $v_k = 0$)

y_k : total biaya persediaan saat periode- k

h : biaya penyimpanan

x_0 : stok yang ada saat periode awal

u_i : stok yang dipesan saat periode- i

d_i : permintaan produk saat periode- i

p : biaya kekurangan

M : bilangan positif yang sangat besar

Permasalahan *robust* adalah permasalahan *linear programming* jika tidak ada biaya tetap ($K = 0$) dan permasalahan *mixed-integer programming* jika biaya tetap diberikan ($K > 0$).

2.5.1 Model dengan Kapasitas Pemesanan

Perluasan dari model *robust* untuk kapasitas pemesanan hanya dapat dipesan dengan nilai maksimal d , maka diberikan kendala tambahan sebagai berikut:

$$u_k \leq d, \forall k \tag{6}$$

Keterangan:

u_k : pemesanan saat periode ke- k

d : jumlah produk yang dapat dihasilkan setiap bulan

2.5.2 Model dengan Kapasitas Persediaan

Perluasan dari model *robust* diasumsikan bahwa persediaan hanya dapat disimpan dengan nilai maksimal G , maka diberikan tambahan kendala sebagai berikut:

$$x_0 + \sum_{i=0}^k (u_i - d_i) \leq G \quad (7)$$

dengan

$$d_i = \bar{d}_i + \hat{d}_i \cdot z_i \quad (8)$$

Keterangan:

x_0 : stok yang ada saat periode awal

u_i : stok yang dipesan saat periode-i

d_i : permintaan produk saat periode-i

\bar{d}_i : rata-rata dari d_i

\hat{d}_i : deviasi maksimum

z_i : *scaled deviation*

G : kapasitas gudang untuk menyimpan persediaan produk

2.6 Mean dan Deviasi

Mean adalah nilai rata-rata yang diperoleh dari penjumlahan semua nilai dari setiap data dan dibagi dengan banyaknya data yang ada. Dengan kata lain, jika memiliki n data, maka *mean* data tersebut dapat dituliskan sebagai berikut (Kariadinata dan Abdurahman, 2012):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (9)$$

Keterangan:

\bar{x} : rata-rata (*mean*)

$\sum_{i=1}^n x_i$: jumlah data

n : banyaknya data

Sedangkan standar deviasi adalah statistik yang digunakan untuk menjelaskan variabilitas atau dispersi dalam suatu variabilitas dalam suatu distribusi maupun variabilitas dari beberapa distribusi. Standar deviasi juga dapat diartikan sebagai rata-rata simpangan semua titik terhadap rata-ratanya atau mean. Standar deviasi dapat ditulis sebagai berikut (Hidayati, dkk, 2019):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (10)$$

Keterangan:

S : standar deviasi

X_i : nilai varians

\bar{X} : rata-rata hitung

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

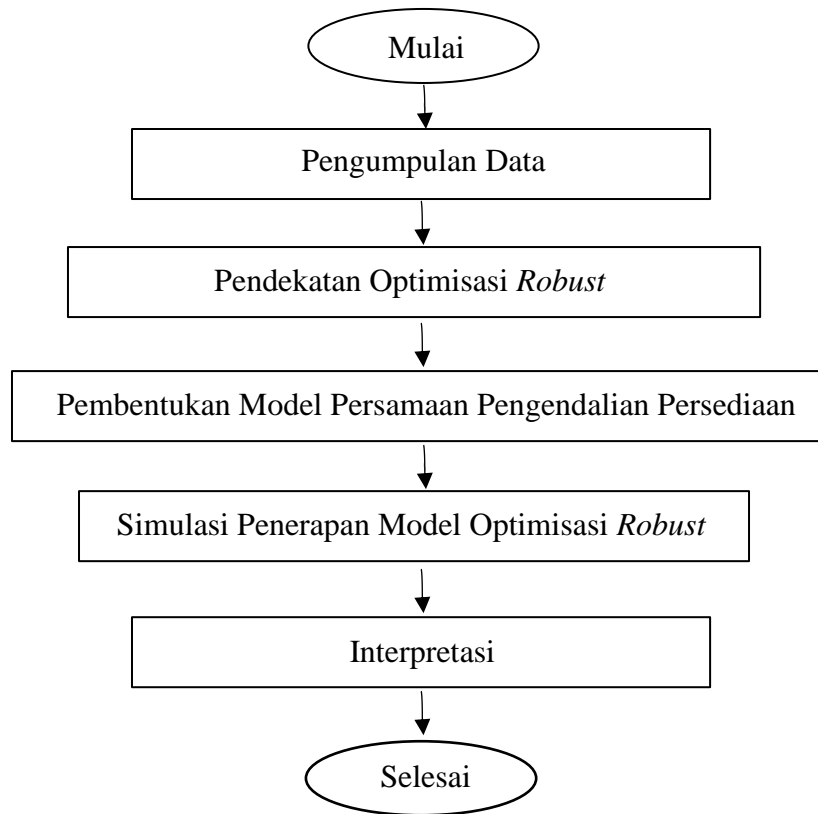
3.1 Data

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari UMKM di kota Padang yaitu *Anandia Bakery* pada bulan Januari 2021 sampai Desember 2021. Data tersebut meliputi data permintaan produk roti tawar panjang, data biaya pembelian, data biaya pengadaan, data biaya penyimpanan, dan data biaya kekurangan. Data permintaan produk roti dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Data permintaan produk roti

Bulan	Periode	Permintaan
Januari	0	12920
Februari	1	10400
Maret	2	10235
April	3	11132
Mei	4	9860
Juni	5	12100
Juli	6	8600
Agustus	7	10320
September	8	7633
Oktober	9	11165
November	10	8500
Desember	11	10740

Tahapan analisis optimisasi *robust* untuk masalah pengendalian biaya persediaan produk roti adalah sebagai berikut:



Gambar 1. *Flowchart* Tahapan Analisis

3.2 Tahapan Analisis

Gambar 1 merupakan *flowchart* dari tahapan analisis menggunakan optimisasi *robust* untuk masalah pengendalian biaya persediaan produk roti. Berikut penjelasan dari *flowchart* tahapan analisis tersebut:

1. Pengumpulan data

Pada tahap ke-1 dilakukan pengumpulan data yang diambil dari UMKM Anandia Bakery yang meliputi data permintaan produk roti tawar panjang, data biaya pembelian, data biaya pengadaan, data biaya penyimpanan, dan data biaya kekurangan.

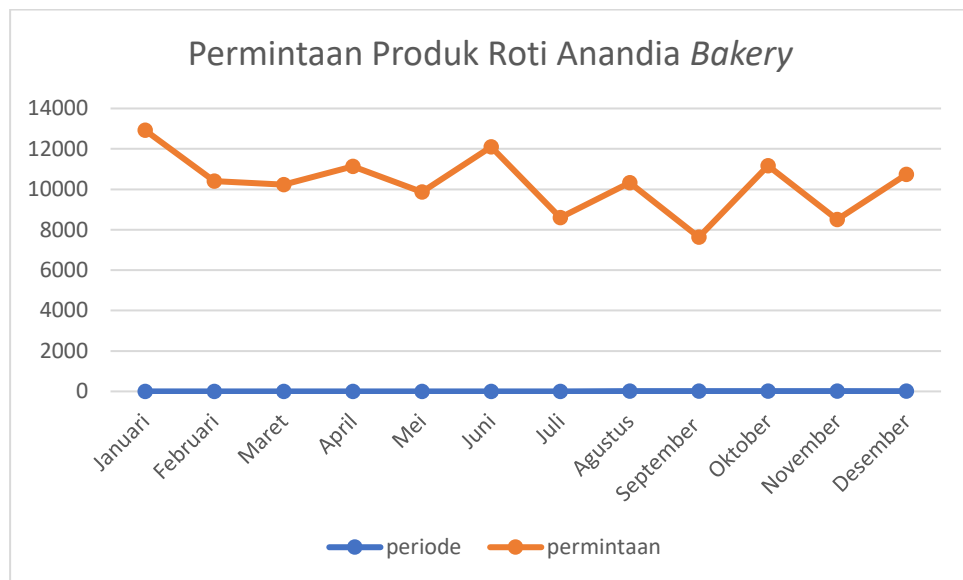
2. Pendekatan optimisasi *robust*
Pada tahap ini dilakukan model awal pendekatan optimisasi *robust* pada suatu ketidakpastian parameter yaitu pada ketidakpastiannya permintaan produk. Hal yang pertama dilakukan yaitu membentuk model permintaan pada periode yang lain atau periode selanjutnya (x_{k+1}). Setelah itu, membuat model dari fungsi biaya yang terdiri dari dua bagian yaitu biaya pembelian dan biaya penyimpanan atau kekurangan.
3. Pembentukan model persamaan pengendalian persediaan
Model awal yang sudah dibentuk pada tahap sebelumnya akan diaplikasikan pada permasalahan pengendalian persediaan yang ditambah oleh kapasitas persediaan dan pemesanan. Karena adanya ketidakpastian data, maka diberikan *scaled deviation* untuk kasus yang terburuk. Dengan menggunakan *linear programming* akan didapatkan model pendekatan optimisasi *robust* pada permasalahan persediaan.
4. Simulasi penerapan model optimisasi *robust*
Pada tahap ini dilakukan penerapan model pendekatan optimisasi *robust* untuk mencari total biaya persediaan dengan ketidaktentuan permintaan. Hal yang pertama dilakukan adalah mencari nilai z_k , dimana nilai z_k diperoleh dari persamaan (8). Kemudian dilakukan perhitungan permasalahan model *mixed-integer linear programming* dengan menggunakan MATLAB. Setelah mendapatkan hasil perhitungan total biaya persediaan, langkah selanjutnya adalah melakukan tahap validasi dengan cara memasukkan variabel hasil keputusan optimisasi ke dalam batasan atau kendala.
5. Interpretasi
Tahap terakhir dari tugas akhir ini adalah penarikan kesimpulan atau interpretasi dari hasil pembahasan yang telah dikerjakan pada tahap sebelumnya.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pengambilan Data

Data yang digunakan merupakan data permintaan produk roti tawar panjang dari UMKM Anandia *Bakery* periode Januari 2021 sampai Desember 2021 yang dapat dilihat pada grafik berikut.



Dapat dilihat pada grafik data permintaan pada periode (k) ke-0 sampai periode ke-3 jumlah permintaan produk (d_k) roti diatas 10000, dan mengalami penurunan pada periode ke-4, dan kembali mengalami kenaikan permintaan pada periode ke-5. Selanjutnya, diberikan rincian biaya persediaan sebagai berikut:

1. Biaya pembelian (c)

Biaya pembelian adalah biaya pembelian bahan untuk pembuatan produk. Dalam pembuatan produk roti bahan-bahan yang diperlukan yaitu tepung, mentega, margarin, gula, butter, dan bahan-bahan lainnya. Maka, didapatkan biaya pembelian sebesar Rp. 5.189/bungkus.

2. Biaya pengadaan (K)

Biaya pengadaan meliputi biaya tenaga kerja, biaya administrasi dan biaya komunikasi, maka didapatkan biaya pengadaan sebesar Rp. 128.031/tahun.

3. Biaya penyimpanan (h)

Biaya penyimpanan meliputi biaya gudang dan biaya listrik, maka didapatkan biaya penyimpanan sebesar Rp. 289,306/tahun.

4. Biaya kekurangan (p)

Biaya kekurangan yaitu biaya yang harus dikeluarkan sebagai konsekuensi atau kelangkaan persediaan. Biaya kekurangan persediaan ini pada dasarnya bukan biaya riil, karena itu biaya kekurangan sangat sulit diperkirakan. Maka, biaya kekurangannya diperkirakan sebesar Rp. 2.450/bungkus/tahun

4.2 Pembentukan Model Pendekatan Optimisasi *Robust* pada Permasalahan Persediaan

Semua pesanan memiliki waktu tempuh (*lead time*) 0 karena pengiriman yang dipesan pada awal periode ke- k juga dikirimkan pada periode ke- k sebelum dimulainya periode ($k+1$). Permintaan pada periode selanjutnya (x_{k+1}) dapat dituliskan oleh persamaan sebagai berikut:

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k, k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (11)$$

Keterangan:

x_k : persediaan yang tersedia pada awal periode ke- k

u_k : pemesanan saat periode ke- k

d_k : permintaan selama periode ke- k

Misal:

1. Untuk $k = 0$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_1 = x_0 + u_0 - d_0$$

2. Untuk $k = 1$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_2 = x_1 + u_1 - d_1$$

$$x_2 = x_0 + u_0 - d_0 + u_1 - d_1$$

3. Untuk $k = 2$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_3 = x_2 + u_2 - d_2$$

$$x_2 = x_0 + u_0 - d_0 + u_1 - d_1 + u_2 - d_2$$

$$x_2 = x_0 + (u_0 - d_0) + (u_1 - d_1) + (u_2 - d_2)$$

$$x_3 = x_0 + \sum_{k=0}^2 (u_k - d_k)$$

4. Untuk $k = T - 1$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_T = x_{T-1} + u_{T-1} - d_{T-1}$$

$$x_2 = x_0 + (u_0 - d_0) + (u_1 - d_1) + \dots + (u_{T-1} - d_{T-1})$$

$$x_T = x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k)$$

Pada persamaan (11) dapat dituliskan menjadi:

$$x_{k+1} = x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k), k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (12)$$

Permasalahan pada tugas akhir ini adalah ketidakpastian jumlah permintaan pada produk roti (d_k). Didefinisikan *scaled deviation* dari d_k yaitu:

$$z_k = \frac{(d_k - \bar{d}_k)}{\hat{d}_k} \quad (13)$$

Keterangan:

z_k : *scaled deviation*

\bar{d}_k : rata-rata dari d_k

\hat{d}_k : deviasi maksimum

Pada kasus ini terdapat adanya ketidakpastian permintaan pada setiap periode. Sehingga ditambahkan suatu kendala:

$$\sum_{k=0}^{T-1} |z_k| \leq \Gamma, k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (14)$$

Dengan Γ bernilai 1

Selanjutnya membuat model dari fungsi biaya. Fungsi biaya yang terjadi pada periode k terdiri dari 2 bagian, yaitu:

1. Biaya pembelian (c)
2. Biaya penyimpanan/kekurangan yang dihasilkan pemesanan, $R(x_k + u_k - d_k)$, yang dihitung pada akhir periode, setelah stok order yang dipesan (u_k) dikirim dan permintaan (d_k) direalisasikan.

Jika tidak adanya permintaan, maka biaya pembelian dianggap tidak ada. Oleh karena itu biaya pembelian dapat dibentuk sebagai berikut:

$$c = \begin{cases} K + c \cdot u & \text{jika } u > 0 \\ 0 & \text{jika } u = 0 \end{cases}$$

dengan $c > 0$ biaya pembelian barang dan $K \geq 0$ biaya pengadaan barang. Jika $K > 0$, biaya pengadaan barang ada saat pemesanan terjadi.

Berdasarkan fungsi biaya penyimpanan/kekurangan dan memodelkan biaya pemesanan dapat dituliskan sebagai masalah *mixed-integer programming* sebagai berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (15)$$

dengan kendala:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k) \right), k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (16)$$

$$y_k \geq -p \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k) \right), k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (17)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, k = 0, 1, \dots, T - 1$$

$$\text{dimana } d_k = \bar{d}_k + \hat{d}_k \cdot z_k$$

Data ketidakpastian saat ini hanya berpengaruh pada persamaan (16) dan (17) pada permasalahan *mixed-integer programming*. Persamaan persediaan yang tersedia untuk periode $k + 1$ adalah sebagai berikut:

$$x_{k+1} = \bar{x}_{k+1} - \sum_{k=0}^{T-1} \hat{d}_k z_k \quad (18)$$

Dengan \bar{x}_{k+1} adalah persediaan yang dipunya. Substitusikan persamaan (12) ke persamaan (18) dihasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\bar{x}_{k+1} = x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) \quad (19)$$

Pada kasus terburuk ini ada pada biaya dengan ketidakpastian data, maka harus memaksimalkan *scaled deviation* beberapa kendala dari setiap k biaya penyimpanan/kekurangan yang dinyatakan dalam fungsi persamaan sebagai berikut:

Memaksimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} \hat{d}_k z_k \quad (20)$$

dengan kendala:

$$\sum_{k=0}^{T-1} z_k \leq \Gamma \quad (21)$$

$$0 \leq z_k \leq 1 \quad \forall k \quad (22)$$

Masukan kembali pada persamaan (16) dan (17), dihasilkan formulasi *robust* untuk permasalahan persediaan sebagai berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k)$$

dengan kendala:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T-1$$

$$y_k \geq p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T-1$$

$$q_k + r_k \geq \hat{d}_k, \forall k$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, k = 0, \dots, T - 1$$

Dimana M adalah bilangan positif yang sangat besar. Variabel q_k dan r_k mengukur sensitivitas biaya terhadap perubahan yang sangat kecil dalam parameter utama dari pendekatan *robust*. Pada setiap periode- k , $q_k\Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k$ mewakili deviasi kasus terburuk dari permintaan kumulatif dari nilai ini dan batasan untuk besaran dari ketidakpastian. Dalam kasus ini, jumlah produk yang dapat diproduksi setiap bulannya terbatas, dan kapasitas penyimpanannya juga terbatas, sehingga diberikan kendala tambahan seperti pada persamaan (6) dan (7) yaitu sebagai berikut:

$$u_k \leq d, \forall k$$

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k) \leq G \quad (23)$$

Dengan d yaitu jumlah produk yang dapat dihasilkan perbulannya dan G adalah kapasitas gudang untuk menyimpan persediaan produk. Memperhitungkan efek dari ketidakpastian data, seperti pada persamaan (18) dan (19), maka persamaan (23) diberikan deviasi suatu kasus terburuk sebagai berikut:

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k\Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \leq G$$

Sehingga, didapatkan model permasalahan persediaan menggunakan pendekatan optimisasi *robust* adalah sebagai berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (24)$$

dengan kendala:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), \quad (25)$$

$$k = 0, \dots, T - 1$$

$$y_k \geq p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), \quad (26)$$

$$k = 0, \dots, T - 1$$

$$q_k + r_k \geq \hat{d}_k, \forall k \quad (27)$$

$$u_k \leq d, \forall k \quad (28)$$

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \leq G \quad (29)$$

$$q_k \geq 0, r_k \geq 0, \forall k \quad (30)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, k = 0, \dots, T - 1 \quad (31)$$

4.3 Simulasi Penerapan Model Optimisasi *Robust*

Setelah didapatkan persamaan (24) sampai dengan persamaan (31) dilakukanlah simulasi dengan menggunakan data permintaan pada Tabel 1 dan biaya-biaya yang sudah dijelaskan pada sub bab 4.1.

4.3.1 Perhitungan Nilai z_k

Data permintaan pada produk roti di Anandia *Bakery* bersifat tidak tentu dimana nilai $z_k = \frac{d_k - \bar{d}_k}{\bar{d}_k}, z_k \in [-1,1]$.

Selanjutnya yaitu menghitung nilai \bar{d} dengan cara menjumlahkan semua data dibagi dengan banyaknya periode.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{k=0}^{11} d_k}{k + 1}$$

$$\bar{d} = \frac{12920 + 10400 + 10235 + \dots + 10740}{12}$$

$$\bar{d} = \frac{123605}{12}$$

$$\bar{d} = 10300,41667$$

Selanjutnya mencari nilai \hat{d}_k dengan menghitung dari selisih d_k tiap periode dengan \bar{d} .

$$\hat{d}_0 = d_0 - \bar{d}$$

$$\hat{d}_0 = 12920 - 10300,41667$$

$$\hat{d}_0 = 2619,5833333$$

$$\hat{d}_1 = d_1 - \bar{d}$$

$$\hat{d}_1 = 10400 - 10300,41667$$

$$\hat{d}_1 = 99,58333333$$

Dilakukan seterusnya sampai \hat{d}_{11} dapat dilihat pada Tabel 2 dengan deviasi maksimum didapatkan pada data periode ke-1 dengan nilai $\hat{d} = 2619,5833333$

Tabel 2. Nilai \hat{d}_k pada setiap periode ke- k

k	d_k	\hat{d}_k
0	12920	2619,5833333
1	10400	99,58333333
2	10235	-65,41666667
3	11132	831,5833333
4	9860	-440,4166667
5	12100	1799,583333
6	8600	-1700,416667
7	10320	19,58333333
8	7633	-2667,416667
9	11165	864,5833333
10	8500	-1800,416667
11	10740	439,5833333

Selanjutnya adalah mencari nilai z_k untuk setiap periode dengan $z_k = \frac{d_k - \bar{d}_k}{\hat{d}_k}, z_k \in [-1,1]$.

$$z_0 = \frac{d_0 - \bar{d}}{\hat{d}}$$

$$z_0 = \frac{12920 - 10300,41667}{2619,583333}$$

$$z_0 = 1$$

$$z_1 = \frac{d_1 - \bar{d}}{\hat{d}}$$

$$z_1 = \frac{10400 - 10300,41667}{2619,583333}$$

$$z_1 = 0,038014951$$

Dilakukan seterusnya sampai z_{11} dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Nilai z_k tiap-tiap periode

k	d_k	z_k
0	12920	1
1	10400	0,038014951
2	10235	-0,024972165
3	11132	0,317448704
4	9860	-0,168124702
5	12100	0,686973119
6	8600	-0,649117226
7	10320	0,007475744
8	7633	-1,018259901
9	11165	0,330046127
10	8500	-0,687291236
11	10740	0,167806585

Selanjutnya didapatkan nilai $|z_k|$ yaitu:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^k |z_k| = & |1 + 0,038014951 + 0,024972165 + 0,317448704 \\ & + 0,168124702 + 0,686973119 + 0,649117226 \\ & + 0,007475744 + 1,018259901 + 0,330046127 \\ & + 0,687291236 + 0,167806585| \end{aligned}$$

$$\sum_{i=0}^k |z_k| = 5,437665019$$

Nilai z tersebut belum optimal, maka dicari z optimal dengan rumus $z_k = 1/k$ dan didapatkan nilai 0,0833. Setelah didapatkan z_k yang optimal, kemudian mencari nilai \bar{d}_k pada setiap periode- k dengan rumus $\bar{d}_k = d_k - \hat{d}_k \cdot z_k$, dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Nilai z_k yang optimal dan \bar{d}_k

k	z_k	\bar{d}_k
0	0,0833	12701,70139
1	0,0833	10391,70139
2	0,0833	10240,45139
3	0,0833	11062,70139
4	0,0833	9896,701389
5	0,0833	11950,03472
6	0,0833	8741,701389
7	0,0833	10318,36806
8	0,0833	7855,284722
9	0,0833	11092,95139
10	0,0833	8650,034722
11	0,0833	10703,36806

4.3.2 Perhitungan Permasalahan Model *Mixed Integer Linear Programming*

Untuk menyelesaikan permasalahan model *mixed integer programming* dengan menggunakan Matlab, maka kendala pada persamaan (24) sampai (31) perlu diubah ke persamaan (1), menjadi:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{11} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (32)$$

dengan kendala:

$$-y_k \geq -h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{11} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right), \quad (33)$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-y_k \geq -p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{11} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right), \quad (34)$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-q_k - r_k \leq -\hat{d}_k, \forall k \quad (35)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, k = 0, 1, \dots, 11 \quad (36)$$

$$x_0 + \sum_{k=0}^{11} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \leq G \quad (37)$$

$$u_k \leq d, \forall k \quad (38)$$

$$q_k \geq 0, r_k \geq 0, \forall k \quad (39)$$

Variabel yang dicari adalah variabel y_k, u_k, v_k, q_k, r_k , maka pada persamaan (32) sampai (39) diubah lagi menjadi persamaan berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{11} (cu_k + Kv_k + y_k)$$

dengan kendala:

$$-y_k + h \left(\sum_{k=0}^{11} u_k + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right) \leq -h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{11} \bar{d}_k \right), \quad (40)$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-y_k + p \left(-\sum_{k=0}^{11} u_k + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right) \leq -p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{11} \bar{d}_k \right), \quad (41)$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-q_k - r_k \leq -\hat{d}_k, \forall k \quad (42)$$

$$u_k - Mv_k \leq 0, v_k \in \{0, 1\}, k = 0, 1, \dots, 11 \quad (43)$$

$$\sum_{k=0}^{11} u_k + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \leq G - x_0 + \sum_{k=0}^{11} \bar{d}_k \quad (44)$$

$$u_k \leq d, \forall k$$

$$q_k \geq 0, r_k \geq 0, \forall k$$

Formulasi optimisasi *robust* yang dikembangkan oleh Bertsimas dan Sim pada kendala persamaan (1) adalah $Ax \leq b$. Persamaan (40) sampai (44) diubah ke formulasi optimisasi *robust* dalam bentuk matriks dengan ruas kiri adalah matriks A dan ruas kanan adalah matriks b. Pembentukan matriks dapat dilihat pada Lampiran 1. Hasil perhitungan optimisasi *robust* menggunakan matlab dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil perhitungan optimisasi *robust* menggunakan Matlab

k	u_k	q_k	r_k	v_k	y_k
0	10000	2667,4167	0,000003551	1	16819573,2639
1	10000	2667,4167	0,0000038624	1	29504975,6944
2	10000	2667,4167	0,0000042321	1	41786128,1250
3	10000	2667,4167	0,0000046772	1	56264930,5556
4	10000	2667,4167	0,0000052218	1	67627332,9861
5	10000	2667,4167	0,0000058992	1	84477735,4167
6	10000	2667,4167	0,0000067539	1	92753137,8472
7	10000	2667,4167	0,0000078295	1	105242540,2778
8	10000	2667,4167	0,000002718	1	111148792,7083
9	10000	2667,4167	0,0000040139	1	125708445,1389
10	10000	2667,4167	0,0000080352	1	145988847,5694
11	10000	1107,5061	1559,9106	1	171757250

Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 5, dapat dilihat pemesanan pada setiap periode yaitu 10000 pcs dengan total biaya persediaan yang dihasilkan dari hasil perhitungan matlab dengan *source code* pada Lampiran 2 adalah sebesar Rp1.049.079.690.

Setelah mendapatkan hasil perhitungan total biaya persediaan, langkah berikutnya yaitu melakukan tahap validasi dengan cara memasukkan hasil keputusan optimisasi ke dalam batasan atau kendala. Jika variabel tersebut memenuhi batasan atau kendala maka hasil perhitungan tersebut dikatakan valid. Pada tahap validasi didapatkan bahwa setiap variabel memenuhi kendala atau batasan. Berikut kendala-kendala yang harus divalidasi:

1. Kendala atau batasan pertama yang divalidasi adalah:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T - 1$$

Tabel 6. Validasi kendala pertama

k	y_k	$h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right)$
0	Rp. 16.819.573,2639	Rp. 1.192.614,035
1	Rp. 29.504.975,6944	Rp. 1.192.614,035
2	Rp. 41.786.128,1250	Rp. 1.192.614,035
3	Rp. 56.264.930,5556	Rp. 1.192.614,035
4	Rp. 67.627.332,9861	Rp. 1.192.614,035
5	Rp. 84.477.735,4167	Rp. 1.192.614,035
6	Rp. 92.753.137,8472	Rp. 1.192.614,035
7	Rp. 105.242.540,2778	Rp. 1.192.614,035
8	Rp. 111.148.792,7083	Rp. 1.192.614,035
9	Rp. 125.708.445,1389	Rp. 1.192.614,035
10	Rp. 145.988.847,5694	Rp. 1.192.614,035
11	Rp. 171.757.250	Rp. 971.248,4612

2. Kendala atau batasan kedua yang divalidasi adalah:

$$y_k \geq p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T - 1$$

Tabel 7. Validasi kendala kedua

k	y_k	$p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right)$
0	Rp. 16.819.573,2639	-7.050.298,005
1	Rp. 29.504.975,6944	-7.050.298,005
2	Rp. 41.786.128,1250	-7.050.298,005
3	Rp. 56.264.930,5556	-7.050.298,005
4	Rp. 67.627.332,9861	-7.050.298,005
5	Rp. 84.477.735,4167	-7.050.298,005
6	Rp. 92.753.137,8472	-7.050.298,005
7	Rp. 105.242.540,2778	-7.050.298,005
8	Rp. 111.148.792,7083	-7.050.298,005
9	Rp. 125.708.445,1389	-7.050.298,005
10	Rp. 145.988.847,5694	-7.050.298,005
11	Rp. 171.757.250	-10.872.078,98

3. Kendala atau batasan ketiga yang divalidasi adalah:

$$q_k + r_k \geq \hat{d}_k, \forall k$$

Tabel 8. Validasi kendala ketiga

k	q_k	r_k	\hat{d}_k
0	2667,4167	0,000003551	2619,5833
1	2667,4167	0,0000038624	2619,5833
2	2667,4167	0,0000042321	2619,5833
3	2667,4167	0,0000046772	2619,5833
4	2667,4167	0,0000052218	2619,5833
5	2667,4167	0,0000058992	2619,5833
6	2667,4167	0,0000067539	2619,5833
7	2667,4167	0,0000078295	2619,5833
8	2667,4167	0,000002718	2619,5833
9	2667,4167	0,0000040139	2619,5833
10	2667,4167	0,0000080352	2619,5833
11	1107,5061	1559,9106	2619,5833

4. Kendala atau batasan keempat yang divalidasi adalah:

$$u_k \leq d, \forall k$$

Tabel 9. Validasi kendala keempat

k	u_k	d
0	10000	10000
1	10000	10000
2	10000	10000
3	10000	10000
4	10000	10000
5	10000	10000
6	10000	10000
7	10000	10000
8	10000	10000
9	10000	10000
10	10000	10000
11	10000	10000

5. Kendala atau batasan kelima yang divalidasi adalah:

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \leq G$$

Tabel 10. Validasi kendala kelima

k	$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k$	G
0	4.122	50.000
1	4.122	50.000
2	4.122	50.000
3	4.122	50.000
4	4.122	50.000
5	4.122	50.000
6	4.122	50.000
7	4.122	50.000
8	4.122	50.000
9	4.122	50.000
10	4.122	50.000
11	-938	50.000

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dengan menggunakan optimisasi *robust* untuk produk roti pengusaha UMKM, total biaya persediaan yang didapatkan adalah sebesar Rp1.049.079.690 selama satu tahun. Dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan ini lebih sedikit dibandingkan dengan perhitungan yang dilakukan oleh UMKM Anandia *Bakery* yaitu sebesar Rp1.054.467.753. Setelah mendapatkan hasil total biaya persediaan dengan menggunakan optimisasi *robust*, nilai yang dihasilkan sudah kokoh terhadap perubahan data berdasarkan himpunan ketidakpastian yang sudah ditetapkan.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil pembahasan dan kesimpulan yang telah diambil, *lead time* = 0 masih diasumsikan ketika merumuskan pendekatan optimisasi *robust*, sedangkan tidak semua produk dapat diasumsikan dengan *lead time* = 0. Sehingga, untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan formulasi dengan *lead time* yang diperhitungkan.

DAFTAR PUSTAKA

- A'yun, B.A.Q. 2017. Optimisasi Robust Untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Sandal. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.
- Ahyadi, H., Khodijah, S. 2017. Analisis Pengendalian Persediaan Suku Cadang Pesawat B737-NG Dengan Pendekatan Model Periodic Review di PT. X. *Jurnal Teknik Industri*. **13(1)**:47-58. <http://dx.doi.org/10.54378/bt.v13i1.23>
- Akbar, E.A., Chaerani, D., Noviyanti, L. Model Optimisasi Robust untuk Masalah Pengendalian Persediaan Ban (Studi Kasus untuk Data Permintaan Ban E/M R-25 di PT Citra Pratama). *Jurnal Statistika*.
- Asmara, T., Rahmawati, M., Aprilla, M., Harahap, E., Darmawan, D. 2018. Strategi Pembelajaran Pemrograman Linier Menggunakan Metode Grafik dan Simpleks. *Jurnal Teknologi Pembelajaran*. **3(1)**:506-514.
- Chaerani, D., Lesmana, E., Putri S.S.A.S. 2021. Solving Uncertain Online Shopping Problem with Discounts Using Robust Counterpart Methodology. *International Journal of Entrepreneurship and Business Development*. **4(2)**:166.
- Efendi, J., Hidayat, K., Faridz. R. 2019. Analisis Pengendalian Persediaan Bahan Baku Kerupuk Mentah Potato dan Kentang Keriting Menggunakan Metode Economic Order Quantity (EOQ). *E-Jurnal Matematika*. **18(2)**:125-134.
- Gabrel, V., Murat, C., Thiele, A. 2013. Recent Advances in Robust Optimization: An Overview. *European Journal of Operational Research*. **235(3)**:471-483.
- Gorissen, B.L., Yanikoglu, I., Hertog, D. 2015. A Practical Guide to Robust Optimization. *Journal International of Operational Research*. **53**:124-137.
- Hidayati, T., Handayani, I., Ikasari, H.I. 2019. *Statistika Dasar Panduan Bagi Dosen dan Mahasiswa*. Purwokerto: CV. Pena Persada.
- Indah, D.R., Purwasih, L., Maulida, Z. 2018. Pengendalian Persediaan Bahan Baku pada PT. Aceh Rubber Industries Kabupaten Aceh Tamiang. *E-Jurnal Manajemen dan Keuangan*. **7(2)**:157-173. <https://doi.org/10.33059/jmk.v7i2.814>
- Kariadinata, R., Abdurahman, M. 2012. *Dasar-Dasar Statistik Pendidikan*. Bandung: CV. Pustaka Setia.

- Pradana, V.T., Jakaria, R.B. 2020. Pengendalian Persediaan Bahan Baku Gula Menggunakan Metode EOQ dan Just in Time. *E-Jurnal Teknik Industri*. **16(1)**:43-48.
- Sagita, P.B., Tastrawati, N.K.T., Sari. K. 2019. Model Economic Order Quantity (EOQ) dan Model Optimisasi Robust dalam Penentuan Persediaan Alat Suntik (Sput). *E-Jurnal Matematika*. **8(3)**:164-171. <https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i03.p248>
- Sutjiadi, S.T. 2014. Pengendalian Persediaan Bahan Baku Roti di UD Minang Jaya. Skripsi. Program Studi Teknik Industri. Fakultas Teknologi Industri. Universitas Atma Jaya, Yogyakarta.
- Wahid, A., Munir, M. 2020. Economic Order Quantity Istimewa pada Industri Krupuk “Istimewa” Bangil. *Journal of Industrial View*. **2(1)**:1-8. <https://doi.org/10.26905/4098>

LAMPIRAN

Lampiran 1. Pembentukan Matriks

1. Matriks x

$$x = \begin{bmatrix} u_0 \\ \vdots \\ u_{11} \\ v_0 \\ \vdots \\ v_{11} \\ y_0 \\ \vdots \\ y_{11} \\ q_0 \\ \vdots \\ q_{11} \\ r_0 \\ \vdots \\ r_{11} \end{bmatrix}$$

2. Matriks b

$$\begin{bmatrix} -h(x_0 + \bar{d}_0) \\ -h\left(x_0 + \sum_{i=0}^1 \bar{d}_i\right) \\ \vdots \\ h\left(x_0 + \sum_{i=0}^{11} \bar{d}_i\right) \\ -p(-x_0 - \bar{d}_0) \\ -p\left(-x_0 - \sum_{i=0}^1 \bar{d}_i\right) \\ \vdots \\ -p\left(-x_0 - \sum_{i=0}^{11} \bar{d}_i\right) \\ \bar{d}_0 \\ \bar{d}_1 \\ \vdots \\ \bar{d}_{11} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ G - x_0 + \bar{d}_0 \\ G - x_0 + \sum_{i=0}^1 \bar{d}_i \\ \vdots \\ G - x_0 + \sum_{i=0}^{11} \bar{d}_i \end{bmatrix}$$

3. Matriks l dan u

$$l = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} d \\ \vdots \\ d \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ inf \\ \vdots \\ inf \\ inf \\ \vdots \\ inf \\ inf \\ \vdots \\ inf \end{bmatrix}$$

Lampiran 2. *Source code* perhitungan menggunakan Matlab

```
clc;

%inputan data

n=12;
c=5189;
K=128031;
p=2450;
h=289.306;
tau=1;
M=10000000;
x0=2000;
G=50000;

d=zeros(1,n);
d_=zeros(1,n);
z=zeros(1,n);
dtopi=zeros(1,n);

%data permintaan produk roti per periode
d(1)=12920;
d(2)=10400;
d(3)=10235;
d(4)=11132;
d(5)=9860;
d(6)=12100;
d(7)=8600;
d(8)=10320;
d(9)=7633;
d(10)=11165;
d(11)=8500;
d(12)=10740;

dbar=mean2(d);
disp('dbar')
disp(dbar)

for k=1:n
    dtopi(k)=abs(d(k)-dbar);
end
disp('maks dtopi')
disp(max(dtopi'))
```

```

for k=1:n
    z(k)=(d(k)-dbar)/max(dtopi);
end
disp('z lama')
disp(z)
Z=sum(abs(z));

if(Z>=1)
    for i=1:n
        z(i)=1/n;
    end
    disp('z baru')
    disp(z)
    for k=1:n
        d_(k)=d(k)-max(dtopi)*z(k);
    end
end
disp('dk')
disp(d_)
for i=1:n
    y_(i)=0;
end

for i=1:n

for j=1:i
    y_(i)=y_(i)+d_(j);
end
end

%deviasi maksimum data roti
d_g=max(dtopi);

% matriks
S1=ones(n);
S2=tril(S1); % matriks segitiga bawah
S3=eye(n); % matriks identitas
S4=zeros(n); % matriks zero

% matriks Ax=b
A=[h*S2 S4 -1*S3 h*tau*S3 h*S2;
    -p*S2 S4 -1*S3 p*tau*S3 p*S2;
    S4 S4 S4 -1*S3 -1*S3;
    S3 -M*S3 S4 S4 S4;
    S2 S4 S4 S3 S2];

```



```

b=[h*(-x0+y_(1)); h*(-x0+y_(2)); h*(-x0+y_(3)); h*(-x0+y_(4)); h*(-x0+y_(5));
h*(-x0+y_(6)); h*(-x0+y_(7)); h*(-x0+y_(8)); h*(-x0+y_(9)); h*(-x0+y_(10));
h*(-x0+y_(11)); h*(-x0+y_(12));
p*(x0-y_(1)); p*(x0-y_(2)); p*(x0-y_(3)); p*(x0-y_(4)); p*(x0-y_(5)); p*(x0-
y_(6)); p*(x0-y_(7)); p*(x0-y_(8)); p*(x0-y_(9)); p*(x0-y_(10)); p*(x0-y_(11));
p*(x0-y_(12));
-d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g; -d_g;
0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
G-x0+y_(1); G-x0+y_(2); G-x0+y_(3); G-x0+y_(4); G-x0+y_(5); G-x0+y_(6);
G-x0+y_(7); G-x0+y_(8); G-x0+y_(9); G-x0+y_(10); G-x0+y_(11); G-
x0+y_(12)];
D=[c; c; c; c; c; c; c; c; c; c; c; c;
K; K; K; K; K; K; K; K; K; K; K; K;
1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1;
0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
LB=[0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1;
0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
UB=[10000; 10000; 10000; 10000; 10000; 10000;
10000; 10000; 10000; 10000; 10000; 10000;
1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1;
inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf;
10000; 10000; 10000; 10000; 10000; 10000;
10000; 10000; 10000; 10000; 10000; 10000;
inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf];
[x,J,exitflag]=LINPROG(D,A,b,[],[],LB,UB);

```

```

disp("");
disp('OPTIMISASI ROBUST PENGENDALIAN BIAYA PERSEDIAAN
PRODUKSI ROTI');
disp('=====');
disp('');
disp(['Jumlah (u0)= ' num2str(x(1))]);
disp(['Jumlah (u1)= ' num2str(x(2))]);
disp(['Jumlah (u2)= ' num2str(x(3))]);
disp(['Jumlah (u3)= ' num2str(x(4))]);
disp(['Jumlah (u4)= ' num2str(x(5))]);
disp(['Jumlah (u5)= ' num2str(x(6))]);
disp(['Jumlah (u6)= ' num2str(x(7))]);
disp(['Jumlah (u7)= ' num2str(x(8))]);
disp(['Jumlah (u8)= ' num2str(x(9))]);
disp(['Jumlah (u9)= ' num2str(x(10))]);

```

```
disp(['Jumlah (u10)=' num2str(x(11))]);
disp(['Jumlah (u11)=' num2str(x(12))]);
disp(['Jumlah (v0)=' num2str(x(13))]);
disp(['Jumlah (v1)=' num2str(x(14))]);
disp(['Jumlah (v2)=' num2str(x(15))]);
disp(['Jumlah (v3)=' num2str(x(16))]);
disp(['Jumlah (v4)=' num2str(x(17))]);
disp(['Jumlah (v5)=' num2str(x(18))]);
disp(['Jumlah (v6)=' num2str(x(19))]);
disp(['Jumlah (v7)=' num2str(x(20))]);
disp(['Jumlah (v8)=' num2str(x(21))]);
disp(['Jumlah (v9)=' num2str(x(22))]);
disp(['Jumlah (v10)=' num2str(x(23))]);
disp(['Jumlah (v11)=' num2str(x(24))]);
disp(['Jumlah (y0)=' num2str(x(25))]);
disp(['Jumlah (y1)=' num2str(x(26))]);
disp(['Jumlah (y2)=' num2str(x(27))]);
disp(['Jumlah (y3)=' num2str(x(28))]);
disp(['Jumlah (y4)=' num2str(x(29))]);
disp(['Jumlah (y5)=' num2str(x(30))]);
disp(['Jumlah (y6)=' num2str(x(31))]);
disp(['Jumlah (y7)=' num2str(x(32))]);
disp(['Jumlah (y8)=' num2str(x(33))]);
disp(['Jumlah (y9)=' num2str(x(34))]);
disp(['Jumlah (y10)=' num2str(x(35))]);
disp(['Jumlah (y11)=' num2str(x(36))]);
disp(['Jumlah (q0)=' num2str(x(37))]);
disp(['Jumlah (q1)=' num2str(x(38))]);
disp(['Jumlah (q2)=' num2str(x(39))]);
disp(['Jumlah (q3)=' num2str(x(40))]);
disp(['Jumlah (q4)=' num2str(x(41))]);
disp(['Jumlah (q5)=' num2str(x(42))]);
disp(['Jumlah (q6)=' num2str(x(43))]);
disp(['Jumlah (q7)=' num2str(x(44))]);
disp(['Jumlah (q8)=' num2str(x(45))]);
disp(['Jumlah (q9)=' num2str(x(46))]);
disp(['Jumlah (q10)=' num2str(x(47))]);
disp(['Jumlah (q11)=' num2str(x(48))]);
disp(['Jumlah (r0)=' num2str(x(49))]);
disp(['Jumlah (r1)=' num2str(x(50))]);
disp(['Jumlah (r2)=' num2str(x(51))]);
disp(['Jumlah (r3)=' num2str(x(52))]);
disp(['Jumlah (r4)=' num2str(x(53))]);
disp(['Jumlah (r5)=' num2str(x(54))]);
disp(['Jumlah (r6)=' num2str(x(55))]);
disp(['Jumlah (r7)=' num2str(x(56))]);
```

```
disp(['Jumlah (r8)= ' num2str(x(57))]);  
disp(['Jumlah (r9)= ' num2str(x(58))]);  
disp(['Jumlah (r10)= ' num2str(x(59))]);  
disp(['Jumlah (r11)= ' num2str(x(60))]);
```

```
jml=0;  
for i=25:36  
    jml=jml+x(i);  
end  
disp(jml)
```

Lampiran 3. Tabel total biaya persediaan UMKM Anandia Bakery

Bulan	<i>k</i>	Total Biaya Persediaan
Januari	0	Rp. 100.015.300
Februari	1	Rp. 90.146.500
Maret	2	Rp. 88.560.000
April	3	Rp. 82.600.000
Mei	4	Rp. 76.585.333
Juni	5	Rp. 89.635.550
Juli	6	Rp. 92.766.450
Agustus	7	Rp. 92.656.520
September	8	Rp. 91.150.500
Oktober	9	Rp. 85.150.650
November	10	Rp. 80.200.450
Desember	11	Rp. 75.000.500

OPTIMISASI *ROBUST* UNTUK MASALAH PENGENDALIAN BIAYA PERSEDIAAN PRODUK ROTI (STUDI KASUS: UMKM ANANDIA BAKERY)

Tiara Mulyasari¹, Hagni Wijayanti², Ani Andriyati³

^{1,2,3}Program Studi Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pakuan Bogor

RINGKASAN

Pengendalian persediaan merupakan salah satu masalah penting yang perlu diperhatikan dalam suatu perusahaan. Masalah umum pada pengendalian persediaan biasanya terjadi karena adanya ketidakpastian data seperti permintaan produk yang berubah-ubah. Anandia Bakery adalah UMKM yang memproduksi produk roti di kota Padang. Pengendalian persediaan bahan baku pada Anandia Bakery masih dilakukan dengan cara sederhana, sehingga seiring dengan tingginya permintaan produk menyebabkan terjadinya kekurangan persediaan bahan baku yang menghambat proses produksi. Terjadinya permintaan produk yang berubah-ubah, maka diperlukan model yang dapat mengatasi permasalahan pengendalian persediaan. Optimisasi *robust* adalah model optimisasi yang menggunakan ketidakpastian data untuk mendapatkan solusi yang tepat dan kokoh dengan menggunakan penyelesaian secara pemrograman linear. Kemudian model tersebut diselesaikan dengan menggunakan *software* MATLAB 7.0.4. Hasil yang diperoleh dengan menggunakan optimisasi *robust* untuk produk roti yaitu total biaya persediaan yang didapatkan selama 1 tahun sebesar Rp1.049.079.690. lebih kecil dari biaya persediaan UMKM Anandia Bakery yaitu sebesar Rp1.054.467.753.

Kata kunci: pengendalian persediaan, optimisasi *robust*, pemrograman linear, ketidakpastian data.

PENDAHULUAN

Setiap perusahaan mempunyai tujuan yang sama yaitu memperoleh laba atau keuntungan. Dalam mencapai tujuan tersebut terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi, salah satunya yaitu pengendalian persediaan produk (A'yun, 2017). Persediaan merupakan suatu bahan atau barang yang disimpan yang akan digunakan untuk memenuhi tujuan tertentu. Tujuan dari kegiatan manajemen persediaan salah satunya untuk menciptakan penggunaan biaya yang efisien (Ahyadi, 2017).

Pengendalian persediaan bahan baku merupakan serangkaian hal dalam menentukan persediaan, waktu pembelian, dan jumlah persediaan yang harus disediakan. Pengendalian persediaan bahan baku memiliki tujuan untuk mengefisiensikan biaya persediaan dengan cara melakukan pembelian yang tepat sesuai rencana produksi sehingga tidak ada kekurangan ataupun kelebihan biaya produksi (Efendi dan Faridz, 2019).

Permasalahan utama pada kasus ini adalah kebijakan sistem manajemen persediaan yang belum diperhitungkan dengan benar, yang dapat mengakibatkan sistem pengendalian persediaan bahan baku tidak berjalan dengan maksimal. Hal ini dapat menyebabkan stok mengalami kelebihan, kekurangan, atau biaya penyimpanan yang belum minimal, sedangkan bahan baku dengan nilai simpan yang tinggi (misalnya terigu) harus dikontrol dengan baik agar persediaan berjalan secara optimal yaitu tidak terjadi kekurangan dan kelebihan persediaan, dan biaya persediaan dapat diminimalkan (Sutjiadi, 2014).

Anandia Bakery merupakan salah satu pengusaha UMKM yang memproduksi berbagai jenis roti tawar dan manis. Pengendalian persediaan bahan baku pada Anandia Bakery masih dilakukan dengan cara yang sederhana, sehingga seiring dengan tingginya permintaan produk menyebabkan terjadinya kekurangan persediaan bahan baku yang menghambat proses produksi. Kekurangan persediaan bahan baku terjadi pada bahan baku produk roti tawar panjang yang mana produk tersebut banyak diminati. Oleh karena itu, diusulkan

sebuah model untuk mengatasi pemecahan masalah menggunakan optimisasi *robust*.

Menurut Greenberg, optimisasi *robust* mirip dengan pemrograman stokastik dalam model yang memiliki variabel acak, tetapi kelayakan semua *output* yang mungkin digantikan oleh fungsi kendala. Keutamaan dari penelitian ini terletak pada metode optimisasi *robust* itu sendiri. Sebuah rencana disebut tangguh (*robust*) jika dapat menahan ketidakpastian, yaitu tetap stabil walaupun beberapa parameter perencanaan berubah-ubah. Metode optimisasi *robust* yang diusulkan oleh Bertsimas dan Thiele adalah metode yang digunakan untuk mengatasi masalah yang berkaitan dengan ketidakpastian (A'yun, 2017).

Sudah banyak penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan persediaan dengan data yang tidak tentu menggunakan model optimisasi *robust*. Salah satunya adalah penelitian yang dilakukan oleh A'yun (2017) tentang model optimisasi *robust* untuk masalah pengendalian persediaan sandal. Dalam penelitian tersebut didapatkan hasil total biaya persediaan produk sandal dengan menggunakan optimisasi *robust* lebih sedikit dibandingkan dengan hasil perhitungan oleh perusahaan sandal tersebut. Dalam penelitian Sagita dan Sari (2019), mengenai model *economic order quantity* (EOQ) dan model optimisasi *robust* dalam penentuan persediaan alat suntik (*sprit*), penelitian tersebut juga membandingkan model EOQ dengan model optimisasi *robust*. Pada penelitian tersebut, model *robust* memperoleh hasil yang berbeda dengan menghasilkan biaya penyediaan yang lebih kecil dibandingkan dengan model EOQ.

TINJAUAN PUSTAKA

Pengendalian Persediaan

Pengendalian adalah suatu bisnis yang dilakukan agar suatu aktivitas bisa terlaksana sesuai dengan rencana. Pengertian persediaan adalah barang atau bahan yang menjadi objek utama bisnis suatu perusahaan. Pengendalian perusahaan adalah usaha penjagaan agar barang yang menjadi objek bisnis perusahaan bisa terlaksana sesuai dengan rencana (Wahid, 2020).

Pengendalian persediaan merupakan serangkaian kebijakan pengendalian untuk memilih tingkat persediaan yang wajib dijaga, kapan pesanan untuk menambah persediaan wajib dilakukan, jumlah atau taraf persediaan yang diharapkan untuk setiap perusahaan akan berbeda-beda sesuai dengan volume produksi, jenis perusahaan dan prosesnya. Pengendalian persediaan memiliki tujuan yaitu untuk menjaga perusahaan agar tidak sampai kehabisan persediaan yang dapat mengakibatkan terhentinya kegiatan produksi (Indah, dkk, 2018).

Optimisasi

Optimisasi merupakan suatu proses untuk mencapai output yang optimal (nilai efektif yang bisa dicapai). Hasil optimum yang dihasilkan menurut permasalahan yang telah diubah ke model matematika. Optimisasi dapat diartikan juga sebagai proses untuk mencapai syarat maksimum atau minimum berdasarkan model matematika tersebut (A'yun, 2017).

Dengan ketidakpastian suatu parameter, maka diperlukan proses optimisasi *robust*. Hal ini tergantung pada analisis kasus terburuk yang terjadi dalam proses tersebut. Solusinya adalah perhitungan dengan menggunakan realisasi ketidakpastian parameter yang paling tidak menguntungkan (Gabrel dan Thiele, 2013).

Optimisasi Robust

Optimisasi *robust* merupakan bidang penelitian terbaru dan aktif yang dikembangkan dalam 15 tahun terakhir. Optimisasi *robust* tidak mengasumsikan bahwa distribusi probabilitas diketahui, melainkan mengasumsikan bahwa data yang tidak pasti berada dalam himpunan ketidakpastian (Gorissen, dkk, 2015).

Optimisasi *robust* adalah model optimisasi yang menggunakan ketidakpastian data untuk mendapatkan solusi yang tepat. Optimisasi *robust* mengatasi masalah ketidakpastian data dengan memastikan kelayakan dan optimalisasi solusi untuk kasus terburuk dari parameter (A'yun, 2017).

Optimisasi *robust* adalah cara yang diakui untuk menangani permintaan yang tidak dapat diprediksi. Hal ini menyikapi ketipastian parameter dalam masalah-masalah optimisasi deterministik. Tidak seperti pemrograman stokastik, optimisasi *robust* tidak mengasumsikan bahwa ketidakpastian parameter adalah variabel acak dengan distribusi yang diketahui, melainkan mewakili ketidakpastian parameter (Akbar, dkk, 2015).

Pemrograman Linier

Pemrograman linier secara umum dapat didefinisikan sebagai salah satu teknik dalam menyelesaikan riset operasi, yaitu khusus menyelesaikan masalah-masalah optimisasi, yaitu memaksimalkan dan meminimumkan. Pemrograman linier merupakan perencanaan kegiatan-kegiatan dengan menggunakan suatu contoh atau model umum yang bisa dipakai dalam pemecahan kasus pengalokasian sumber daya yang terbatas secara optimal (Asmara, dkk, 2018).

METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari UMKM di kota Padang yaitu Anandia Bakery pada bulan Januari

2021 sampai Desember 2021. Data tersebut meliputi data permintaan produk roti tawar panjang, data biaya pembelian, data biaya pengadaan, data biaya penyimpanan, dan data biaya kekurangan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengambilan Data

Dapat dilihat pada grafik data permintaan pada periode (k) ke-0 sampai periode ke-3 jumlah permintaan produk (d_k) roti diatas 10000, dan mengalami penurunan pada periode ke-4, dan kembali mengalami kenaikan permintaan pada periode ke-5. Selanjutnya, diberikan rincian biaya persediaan sebagai berikut:

1. Biaya pembelian (c)

Biaya pembelian adalah biaya pembelian bahan untuk pembuatan produk. Dalam pembuatan produk roti bahan-bahan yang diperlukan yaitu tepung, mentega, margarin, gula, butter, dan bahan-bahan lainnya. Maka, didapatkan biaya pembelian sebesar Rp. 5.189/bungkus.

2. Biaya pengadaan (K)

Biaya pengadaan meliputi biaya tenaga kerja, biaya administrasi dan biaya komunikasi, maka didapatkan biaya pengadaan sebesar Rp. 128.031/tahun.

3. Biaya penyimpanan (h)

Biaya penyimpanan meliputi biaya gudang dan biaya listrik, maka didapatkan biaya penyimpanan sebesar Rp. 289,306/tahun.

4. Biaya kekurangan (p)

Biaya kekurangan yaitu biaya yang harus dikeluarkan sebagai konsekuensi atau kelangkaan persediaan. Biaya kekurangan persediaan ini pada dasarnya bukan biaya riil, karena itu biaya kekurangan sangat sulit diperkirakan. Maka, biaya kekurangannya diperkirakan sebesar Rp. 2.450/bungkus/tahun

Pembentukan Model Pendekatan Optimisasi Robust pada Permasalahan Persediaan

Semua pesanan memiliki waktu tempuh (*lead time*) 0 karena pengiriman yang dipesan pada awal periode ke- k juga dikirimkan pada periode ke- k sebelum dimulainya periode ($k+1$). Permintaan pada periode selanjutnya (x_{k+1}) dapat dituliskan oleh persamaan sebagai berikut:

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k, k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (11)$$

Keterangan:

x_k : persediaan yang tersedia pada awal periode ke- k

u_k : pemesanan saat periode ke- k

d_k : permintaan selama periode ke- k

Misal:

1. Untuk $k = 0$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_1 = x_0 + u_0 - d_0$$

2. Untuk $k = 1$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_2 = x_1 + u_1 - d_1$$

$$x_2 = x_0 + u_0 - d_0 + u_1 - d_1$$

3. Untuk $k = 2$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_3 = x_2 + u_2 - d_2$$

$$x_2 = x_0 + u_0 - d_0 + u_1 - d_1 + u_2 - d_2$$

$$x_2 = x_0 + (u_0 - d_0) + (u_1 - d_1) + (u_2 - d_2)$$

$$x_3 = x_0 + \sum_{k=0}^2 (u_k - d_k)$$

4. Untuk $k = T - 1$, maka

$$(x_{k+1}) = x_k + u_k - d_k$$

$$x_T = x_{T-1} + u_{T-1} - d_{T-1}$$

$$x_2 = x_0 + (u_0 - d_0) + (u_1 - d_1) + \dots + (u_{T-1} - d_{T-1})$$

$$x_T = x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k)$$

Pada persamaan (11) dapat dituliskan menjadi:

$$x_{k+1} = x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k), k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (12)$$

Permasalahan pada tugas akhir ini adalah ketidakpastian jumlah permintaan pada produk roti (d_k). Didefinisikan *scaled deviation* dari d_k yaitu:

$$z_k = \frac{(d_k - \bar{d}_k)}{\hat{d}_k} \quad (13)$$

Keterangan:

z_k : *scaled deviation*

\bar{d}_k : rata-rata dari d_k

\hat{d}_k : deviasi maksimum

Pada kasus ini terdapat adanya ketidakpastian permintaan pada setiap periode. Sehingga ditambahkan suatu kendala:

$$\sum_{k=0}^{T-1} |z_k| \leq \Gamma, k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (14)$$

Dengan Γ bernilai 1

Selanjutnya membuat model dari fungsi biaya.

Fungsi biaya yang terjadi pada periode k terdiri dari 2 bagian, yaitu:

1. Biaya pembelian (c)
2. Biaya penyimpanan/kekurangan yang dihasilkan pemesanan, $R(x_k + u_k - d_k)$, yang dihitung pada akhir periode, setelah stok order yang dipesan (u_k) dikirim dan permintaan (d_k) direalisasikan.

Jika tidak adanya permintaan, maka biaya pembelian dianggap tidak ada. Oleh karena itu biaya pembelian dapat dibentuk sebagai berikut:

$$c = \begin{cases} K + c.u & \text{jika } u > 0 \\ 0 & \text{jika } u = 0 \end{cases}$$

dengan $c > 0$ biaya pembelian barang dan $K \geq 0$ biaya pengadaan barang. Jika $K > 0$, biaya pengadaan barang ada saat pemesanan terjadi.

Berdasarkan fungsi biaya penyimpanan/kekurangan dan memodelkan biaya

pemesanan dapat dituliskan sebagai masalah *mixed-integer programming* sebagai berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (15)$$

dengan kendala:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k) \right), k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (16)$$

$$y_k \geq -p \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k) \right), k = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (17)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0, 1\}, k = 0, 1, \dots, T - 1$$

dimana $d_k = \bar{d}_k + \hat{d}_k \cdot z_k$

Data ketidakpastian saat ini hanya berpengaruh pada persamaan (16) dan (17) pada permasalahan *mixed-integer programming*. Persamaan persediaan yang tersedia untuk periode $k + 1$ adalah sebagai berikut:

$$x_{k+1} = \bar{x}_{k+1} - \sum_{k=0}^{T-1} \hat{d}_k z_k \quad (18)$$

Dengan \bar{x}_{k+1} adalah persediaan yang dipunya. Substitusikan persamaan (12) ke persamaan (18) dihasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\bar{x}_{k+1} = x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) \quad (19)$$

Pada kasus terburuk ini ada pada biaya dengan ketidakpastian data, maka harus memaksimumkan *scaled deviation* beberapa kendala dari setiap k biaya penyimpanan/kekurangan yang dinyatakan dalam fungsi persamaan sebagai berikut:

Memaksimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} \hat{d}_k z_k \quad (20)$$

dengan kendala:

$$\sum_{k=0}^{T-1} z_k \leq \Gamma \quad (21)$$

$$0 \leq z_k \leq 1 \forall k \quad (22)$$

Masukan kembali pada persamaan (16) dan (17), dihasilkan formulasi *robust* untuk permasalahan persediaan sebagai berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k)$$

dengan kendala:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T-1$$

$$y_k \geq p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T-1$$

$$q_k + r_k \geq \hat{d}_k, \forall k$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, k = 0, \dots, T-1$$

Dimana M adalah bilangan positif yang sangat besar. Variabel q_k dan r_k mengukur sensitivitas biaya terhadap perubahan yang sangat kecil dalam parameter utama dari pendekatan *robust*. Pada setiap periode- k , $q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k$ mewakili deviasi kasus terburuk dari permintaan kumulatif dari nilai ini dan batasan untuk besaran dari ketidakpastian. Dalam kasus ini, jumlah produk yang dapat diproduksi setiap bulannya terbatas, dan kapasitas penyimpanannya juga terbatas, sehingga diberikan kendala tambahan seperti pada persamaan (6) dan (7) yaitu sebagai berikut:

$$u_k \leq d, \forall k$$

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - d_k) \leq G \quad (23)$$

Dengan d yaitu jumlah produk yang dapat dihasilkan perbulannya dan G adalah kapasitas gudang untuk menyimpan persediaan produk. Memperhitungkan efek dari ketidakpastian data, seperti pada persamaan (18) dan (19), maka persamaan (23) diberikan deviasi suatu kasus terburuk sebagai berikut:

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \leq G$$

Sehingga, didapatkan model permasalahan persediaan menggunakan pendekatan optimisasi *robust* adalah sebagai berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (24)$$

dengan kendala:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T-1 \quad (25)$$

$$y_k \geq p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T-1 \quad (26)$$

$$q_k + r_k \geq \hat{d}_k, \forall k \quad (27)$$

$$u_k \leq d, \forall k \quad (28)$$

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \leq G \quad (29)$$

$$q_k \geq 0, r_k \geq 0, \forall k \quad (30)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, k = 0, \dots, T-1 \quad (31)$$

Perhitungan Nilai z_k

Data permintaan pada produk roti di Anandia Bakery bersifat tidak tentu dimana nilai $z_k = \frac{d_k - \bar{d}_k}{\hat{d}_k}$, $z_k \in [-1,1]$.

Selanjutnya yaitu menghitung nilai \bar{d} dengan cara menjumlahkan semua data dibagi dengan banyaknya periode.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{k=0}^{11} d_k}{k+1} = \frac{12920 + 10400 + 10235 + \dots + 10740}{12} = \frac{123605}{12} = 10300,41667$$

Selanjutnya mencari nilai \hat{d}_k dengan menghitung dari selisih d_k tiap periode dengan \bar{d} .

$$\hat{d}_0 = d_0 - \bar{d} = 12920 - 10300,41667 = 2619,583333$$

$$\hat{d}_1 = d_1 - \bar{d} = 10400 - 10300,41667 = 99,58333333$$

Dilakukan seterusnya sampai \hat{d}_{11} dapat dilihat pada Tabel 2 dengan deviasi maksimum didapatkan pada data periode ke-1 dengan nilai $\hat{d} = 2619,583333$

Tabel 1. Nilai \hat{d}_k pada setiap periode ke- k

k	d_k	\hat{d}_k
0	12920	2619,583333
1	10400	99,58333333
2	10235	-65,41666667
3	11132	831,5833333
4	9860	-440,4166667
5	12100	1799,583333
6	8600	-1700,416667
7	10320	19,58333333
8	7633	-2667,416667
9	11165	864,5833333
10	8500	-1800,416667
11	10740	439,5833333

Selanjutnya adalah mencari nilai z_k untuk setiap periode dengan $z_k = \frac{d_k - \bar{d}_k}{\hat{d}_k}$, $z_k \in [-1,1]$.

$$z_0 = \frac{d_0 - \bar{d}}{\hat{d}} = \frac{12920 - 10300,41667}{2619,583333} = 1$$

$$z_1 = \frac{d_1 - \bar{d}}{\hat{d}}$$

$$z_1 = \frac{10400 - 10300,41667}{2619,583333}$$

$$z_1 = 0,038014951$$

Dilakukan seterusnya sampai z_{11} dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

Tabel 2. Nilai z_k tiap-tiap periode

k	d_k	z_k
0	12920	1
1	10400	0,038014951
2	10235	-0,024972165
3	11132	0,317448704
4	9860	-0,168124702
5	12100	0,686973119
6	8600	-0,649117226
7	10320	0,007475744
8	7633	-1,018259901
9	11165	0,330046127
10	8500	-0,687291236
11	10740	0,167806585

Selanjutnya didapatkan nilai $|z_k|$ yaitu:

$$\sum_{i=0}^k |z_k| = |1 + 0,038014951$$

$$+ 0,024972165$$

$$+ 0,317448704$$

$$+ 0,168124702$$

$$+ 0,686973119$$

$$+ 0,649117226$$

$$+ 0,007475744$$

$$+ 1,018259901$$

$$+ 0,330046127$$

$$+ 0,687291236$$

$$+ 0,167806585|$$

$$\sum_{i=0}^k |z_k| = 5,437665019$$

Nilai z tersebut belum optimal, maka dicari z optimal dengan rumus $z_k = 1/k$ dan didapatkan nilai 0,0833. Setelah didapatkan z_k yang optimal, kemudian mencari nilai \bar{d}_k pada setiap periode- k dengan rumus $\bar{d}_k = d_k - \hat{d}_k \cdot z_k$, dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 3. Nilai z_k yang optimal dan \bar{d}_k

k	z_k	\bar{d}_k
0	0,0833	12701,70139
1	0,0833	10391,70139
2	0,0833	10240,45139
3	0,0833	11062,70139
4	0,0833	9896,701389
5	0,0833	11950,03472
6	0,0833	8741,701389
7	0,0833	10318,36806
8	0,0833	7855,284722
9	0,0833	11092,95139
10	0,0833	8650,034722
11	0,0833	10703,36806

Perhitungan Permasalahan Model *Mixed Integer Linear Programming*

Untuk menyelesaikan permasalahan model *mixed integer programming* dengan menggunakan Matlab, maka kendala pada persamaan (24) sampai (31) perlu diubah ke persamaan (1), menjadi:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{11} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (32)$$

dengan kendala:

$$-y_k \geq -h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{11} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right), \quad (33)$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-y_k \geq -p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{11} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right), \quad (34)$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-q_k - r_k \leq -\hat{d}_k, \forall k \quad (35)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\}, k = 0, 1, \dots, 11 \quad (36)$$

$$x_0 + \sum_{k=0}^{11} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \leq G \quad (37)$$

$$u_k \leq d, \forall k \quad (38)$$

$$q_k \geq 0, r_k \geq 0, \forall k \quad (39)$$

Variabel yang dicari adalah variabel y_k, u_k, v_k, q_k, r_k , maka pada persamaan (32) sampai (39) diubah lagi menjadi persamaan berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{k=0}^{11} (cu_k + Kv_k + y_k)$$

dengan kendala:

$$-y_k + h \left(\sum_{k=0}^{11} u_k + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right) \leq -h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{11} \bar{d}_k \right),$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-y_k + p \left(-\sum_{k=0}^{11} u_k + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \right) \leq -p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{11} \bar{d}_k \right),$$

$$k = 0, 1, \dots, 11$$

$$-q_k - r_k \leq -\hat{d}_k, \forall k$$

$$u_k - Mv_k \leq 0, v_k \in \{0,1\}, k = 0, 1, \dots, 11$$

$$\sum_{k=0}^{11} u_k + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{11} r_k \leq G - x_0 + \sum_{k=0}^{11} \bar{d}_k$$

$$u_k \leq d, \forall k$$

$$q_k \geq 0, r_k \geq 0, \forall k$$

Formulasi optimisasi *robust* yang dikembangkan oleh Bertsimas dan Sim pada kendala persamaan (1) adalah $Ax \leq b$. Persamaan (40) sampai (44) diubah ke formulasi optimisasi *robust* dalam bentuk matriks dengan ruas kiri adalah matriks A dan ruas kanan adalah matriks b. Pembentukan matriks dapat dilihat pada Lampiran 1. Hasil perhitungan optimisasi *robust* menggunakan matlab dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 4. Hasil perhitungan optimisasi *robust* menggunakan Matlab

k	u_k	q_k	r_k	v_k	y_k
0	100 00	2667,41 67	0,0000035 51	1	16819573,2 639
1	100 00	2667,41 67	0,0000038 624	1	29504975,6 944
2	100 00	2667,41 67	0,0000042 321	1	41786128,1 250
3	100 00	2667,41 67	0,0000046 772	1	56264930,5 556
4	100 00	2667,41 67	0,0000052 218	1	67627332,9 861
5	100 00	2667,41 67	0,0000058 992	1	84477735,4 167
6	100 00	2667,41 67	0,0000067 539	1	92753137,8 472
7	100 00	2667,41 67	0,0000078 295	1	105242540, 2778
8	100 00	2667,41 67	0,0000027 18	1	111148792, 7083
9	100 00	2667,41 67	0,0000040 139	1	125708445, 1389
10	100 00	2667,41 67	0,0000080 352	1	145988847, 5694
11	100 00	1107,50 61	1559,9106	1	171757250

Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 5, dapat dilihat pemesanan pada setiap periode yaitu 10000 pcs dengan total biaya persediaan yang dihasilkan dari hasil perhitungan matlab dengan *source code* pada Lampiran 2 adalah sebesar Rp1.049.079.690.

Setelah mendapatkan hasil perhitungan total biaya persediaan, langkah berikutnya yaitu melakukan tahap validasi dengan cara memasukkan hasil keputusan optimisasi ke dalam batasan atau kendala. Jika variabel tersebut memenuhi batasan atau kendala maka hasil perhitungan tersebut dikatakan valid. Pada tahap validasi didapatkan bahwa setiap variabel memenuhi kendala atau batasan. Berikut kendala-kendala yang harus divalidasi:

1. Kendala atau batasan pertama yang divalidasi adalah:

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T - 1$$

Tabel 5. Validasi kendala pertama

k	y_k	$h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right)$
0	Rp. 16.819.573,2639	Rp. 1.192.614,035
1	Rp. 29.504.975,6944	Rp. 1.192.614,035
2	Rp. 41.786.128,1250	Rp. 1.192.614,035
3	Rp. 56.264.930,5556	Rp. 1.192.614,035
4	Rp. 67.627.332,9861	Rp. 1.192.614,035
5	Rp. 84.477.735,4167	Rp. 1.192.614,035
6	Rp. 92.753.137,8472	Rp. 1.192.614,035
7	Rp. 105.242.540,2778	Rp. 1.192.614,035
8	Rp. 111.148.792,7083	Rp. 1.192.614,035
9	Rp. 125.708.445,1389	Rp. 1.192.614,035
10	Rp. 145.988.847,5694	Rp. 1.192.614,035
11	Rp. 171.757.250	Rp. 971.248,4612

2. Kendala atau batasan kedua yang divalidasi adalah:

$$y_k \geq p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right), k = 0, \dots, T - 1$$

Tabel 6. Validasi kendala kedua

k	y_k	$p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right)$
0	Rp. 16.819.573,2639	-7.050.298,005
1	Rp. 29.504.975,6944	-7.050.298,005
2	Rp. 41.786.128,1250	-7.050.298,005
3	Rp. 56.264.930,5556	-7.050.298,005
4	Rp. 67.627.332,9861	-7.050.298,005
5	Rp. 84.477.735,4167	-7.050.298,005
6	Rp. 92.753.137,8472	-7.050.298,005

7	Rp. 105.242.540,2778	-7.050.298,005
8	Rp. 111.148.792,7083	-7.050.298,005
9	Rp. 125.708.445,1389	-7.050.298,005
10	Rp. 145.988.847,5694	-7.050.298,005
11	Rp. 171.757.250	-10.872.078,98

3. Kendala atau batasan ketiga yang divalidasi adalah:

$$q_k + r_k \geq \hat{d}_k, \forall k$$

Tabel 7. Validasi kendala ketiga

k	q_k	r_k	\hat{d}_k
0	2667,4167	0,000003551	2619,5833
1	2667,4167	0,0000038624	2619,5833
2	2667,4167	0,0000042321	2619,5833
3	2667,4167	0,0000046772	2619,5833
4	2667,4167	0,0000052218	2619,5833
5	2667,4167	0,0000058992	2619,5833
6	2667,4167	0,0000067539	2619,5833
7	2667,4167	0,0000078295	2619,5833
8	2667,4167	0,000002718	2619,5833
9	2667,4167	0,0000040139	2619,5833
10	2667,4167	0,0000080352	2619,5833
11	1107,5061	1559,9106	2619,5833

4. Kendala atau batasan keempat yang divalidasi adalah:

$$u_k \leq d, \forall k$$

Tabel 8. Validasi kendala keempat

k	u_k	d
0	10000	10000
1	10000	10000
2	10000	10000
3	10000	10000
4	10000	10000
5	10000	10000
6	10000	10000
7	10000	10000
8	10000	10000
9	10000	10000
10	10000	10000
11	10000	10000

5. Kendala atau batasan kelima yang divalidasi adalah:

$$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \leq G$$

Tabel 9. Validasi kendala kelima

k	$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k$	G
0	4.122	50.000
1	4.122	50.000

2	4.122	50.000
3	4.122	50.000
4	4.122	50.000
5	4.122	50.000
6	4.122	50.000
7	4.122	50.000
8	4.122	50.000
9	4.122	50.000
10	4.122	50.000
11	-938	50.000

PENUTUP

Kesimpulan

Dengan menggunakan optimisasi *robust* untuk produk roti pengusaha UMKM, total biaya persediaan yang didapatkan adalah sebesar Rp1.049.079.690 selama satu tahun. Dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan ini lebih sedikit dibandingkan dengan perhitungan yang dilakukan oleh UMKM Anandia *Bakery* yaitu sebesar Rp1.054.467.753. Setelah mendapatkan hasil total biaya persediaan dengan menggunakan optimisasi *robust*, nilai yang dihasilkan sudah kokoh terhadap perubahan data berdasarkan himpunan ketidakpastian yang sudah ditetapkan.

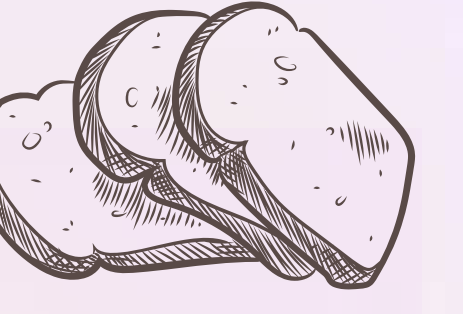
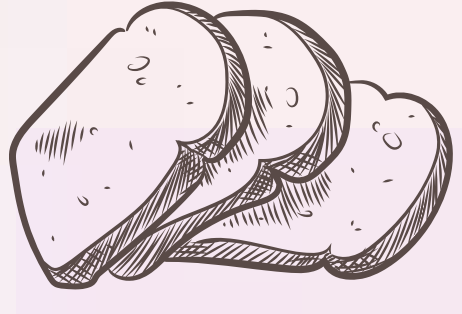
DAFTAR PUSTAKA

- A'yun, B.A.Q. 2017. Optimisasi Robust Untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Sandal. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.
- Ahyadi, H., Khodijah, S. 2017. Analisis Pengendalian Persediaan Suku Cadang Pesawat B737-NG Dengan Pendekatan Model Periodic Review di PT. X. *Jurnal Teknik Industri*. **13(1)**:47-58. <http://dx.doi.org/10.54378/bt.v13i1.23>
- Akbar, E.A., Chaerani, D., Noviyanti, L. Model Optimisasi Robust untuk Masalah Pengendalian Persediaan Ban (Studi Kasus untuk Data Permintaan Ban E/M R-25 di PT Citra Pratama). *Jurnal Statistika*.
- Asmara, T., Rahmawati, M., Aprilla, M., Harahap, E., Darmawan, D. 2018. Strategi Pembelajaran Pemrograman Linier Menggunakan Metode Grafik dan Simpleks. *Jurnal Teknologi Pembelajaran*. **3(1)**:506-514.
- Chaerani, D., Lesmana, E., Putri S.S.A.S. 2021. Solving Uncertain Online Shopping Problem with Discounts Using Robust Counterpart Methodology. *International Journal of Entrepreneurship and Business Development*. **4(2)**:166.
- Efendi, J., Hidayat, K., Faridz, R. 2019. Analisis Pengendalian Persediaan Bahan Baku Kerupuk Mentah Potato dan Kentang Keriting Menggunakan Metode Economic Order Quantity (EOQ). *E-Jurnal Matematika*. **18(2)**:125-134.
- Gabrel, V., Murat, C., Thiele, A. 2013. Recent Advances in Robust Optimization: An Overview. *European Journal of Operational Research*. **235(3)**:471-483.

- Gorissen, B.L., Yanikoglu, I., Hertog, D. 2015. A Practical Guide to Robust Optimization. *Journal International of Operational Research*. **53**:124-137.
- Hidayati, T., Handayani, I., Ikasari, H.I. 2019. *Statistika Dasar Panduan Bagi Dosen dan Mahasiswa*. Purwokerto: CV. Pena Persada.
- Indah, D.R., Purwasih, L., Maulida, Z. 2018. Pengendalian Persediaan Bahan Baku pada PT. Aceh Rubber Industries Kabupaten Aceh Tamiang. *E-Jurnal Manajemen dan Keuangan*. **7(2)**:157-173.
<https://doi.org/10.33059/jmk.v7i2.814>
- Kariadinata, R., Abdurahman, M. 2012. *Dasar-Dasar Statistik Pendidikan*. Bandung: CV. Pustaka Setia.
- Pradana, V.T., Jakaria, R.B. 2020. Pengendalian Persediaan Bahan Baku Gula Menggunakan Metode EOQ dan Just in Time. *E-Jurnal Teknik Industri*. **16(1)**:43-48.
- Sagita, P.B., Tastrawati, N.K.T., Sari, K. 2019. Model Economic Order Quantity (EOQ) dan Model Optimisasi Robust dalam Penentuan Persediaan Alat Suntik (Spuit). *E-Jurnal Matematika*. **8(3)**:164-171.
<https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i03.p248>
- Sutjiadi, S.T. 2014. Pengendalian Persediaan Bahan Baku Roti di UD Minang Jaya. Skripsi. Program Studi Teknik Industri. Fakultas Teknologi Industri. Universitas Atma Jaya, Yogyakarta.
- Wahid, A., Munir, M. 2020. Economic Order Quantity Istimewa pada Industri Krupuk “Istimewa” Bangil. *Journal of Industrial View*. **2(1)**:1-8.
<https://doi.org/10.26905/4098>



OPTIMISASI ROBUST UNTUK MASALAH PENGENDALIAN PRODUK ROTI (STUDI KASUS : UMKM ANANDIA BAKERY)



LATAR BELAKANG

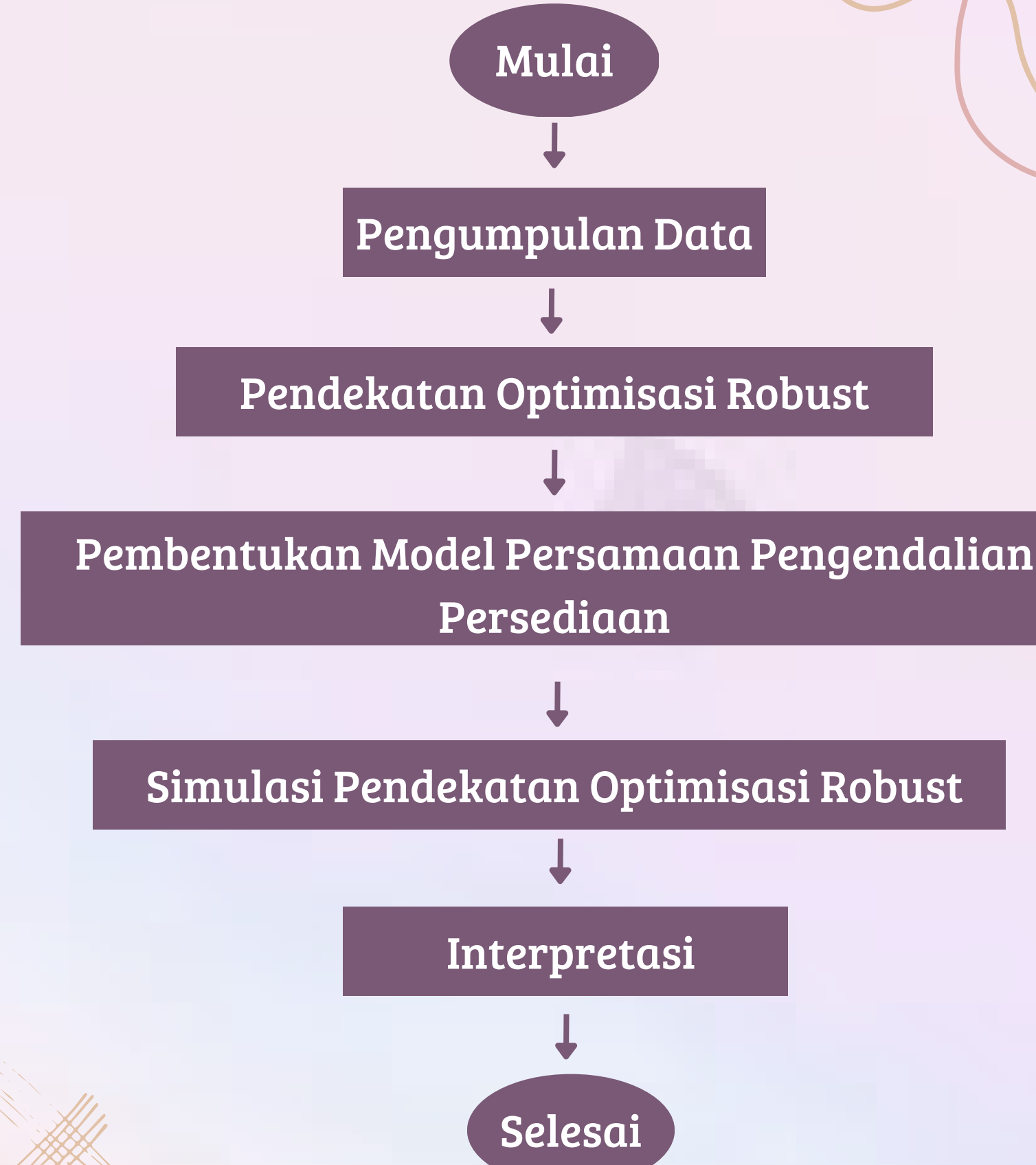
Setiap perusahaan mempunyai tujuan yang sama yaitu memperoleh laba atau keuntungan. Dalam mencapai tujuan tersebut terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi, salah satunya yaitu pengendalian persediaan produk. Pengendalian persediaan bahan baku merupakan serangkaian hal dalam menentukan persediaan, waktu pembelian, dan jumlah persediaan yang harus disediakan. Masalah umum dalam pengendalian perusahaan adalah karena peristiwa yang terus-menerus dihadapi perusahaan. Peristiwa ini dapat terjadi ketika terlalu banyak persediaan atau terlalu sedikit persediaan untuk memenuhi permintaan konsumen di masa mendatang.

Anandia Bakery merupakan salah satu pengusaha UMKM yang memproduksi berbagai jenis roti. Pengendalian persediaan bahan baku pada Anandia Bakery masih dilakukan dengan cara yang sederhana, sehingga seiring dengan tingginya permintaan produk menyebabkan terjadinya kekurangan persediaan bahan baku yang menghambat proses produksi. Oleh karena itu diusulkan sebuah model untuk mengatasi pemecahan masalah ketidakpastian dengan menggunakan optimisasi robust.

TUJUAN

Untuk mendapatkan hasil penerapan pendekatan optimisasi robust pada permasalahan pengendalian persediaan produk roti Anandia Bakery untuk mendapatkan hasil yang optimal.

TAHAPAN ANALISIS



HASIL PENELITIAN

Hasil Perhitungan Optimisasi Robust Menggunakan Matlab

k	u_k	q_k	r_k	v_k	y_k
0	10000	2667,4167	0,000003551	1	16819573,2639
1	10000	2667,4167	0,0000038624	1	29504975,6944
2	10000	2667,4167	0,0000042321	1	41786128,1250
3	10000	2667,4167	0,0000046772	1	56264930,5556
4	10000	2667,4167	0,0000052218	1	67627332,9861
5	10000	2667,4167	0,0000058992	1	84477735,4167
6	10000	2667,4167	0,0000067539	1	92753137,8472
7	10000	2667,4167	0,0000078295	1	105242540,2778
8	10000	2667,4167	0,000002718	1	111148792,7083
9	10000	2667,4167	0,0000040139	1	125708445,1389
10	10000	2667,4167	0,0000080352	1	145988847,5694
11	10000	1107,5061	1559,9106	1	171757250

MANFAAT

Dapat memberikan manfaat untuk UMKM Anandia Bakery dalam menyelesaikan permasalahan pengendalian biaya produksi roti tawar panjang, sehingga UMKM tersebut mendapatkan hasil biaya produksi yang lebih minimum.

VALIDASI

1. Validasi Kendala Pertama

k	y_k	$p \left(-x_0 - \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right)$
0	Rp. 16.819.573,2639	-7.050.298,005
1	Rp. 29.504.975,6944	-7.050.298,005
2	Rp. 41.786.128,1250	-7.050.298,005
3	Rp. 56.264.930,5556	-7.050.298,005
4	Rp. 67.627.332,9861	-7.050.298,005
5	Rp. 84.477.735,4167	-7.050.298,005
6	Rp. 92.753.137,8472	-7.050.298,005
7	Rp. 105.242.540,2778	-7.050.298,005
8	Rp. 111.148.792,7083	-7.050.298,005
9	Rp. 125.708.445,1389	-7.050.298,005
10	Rp. 145.988.847,5694	-7.050.298,005
11	Rp. 171.757.250	-10.872.078,98

2. Validasi Kendala Kedua

k	y_k	$h \left(x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k \right)$
0	Rp. 16.819.573,2639	Rp. 1.192.614,035
1	Rp. 29.504.975,6944	Rp. 1.192.614,035
2	Rp. 41.786.128,1250	Rp. 1.192.614,035
3	Rp. 56.264.930,5556	Rp. 1.192.614,035
4	Rp. 67.627.332,9861	Rp. 1.192.614,035
5	Rp. 84.477.735,4167	Rp. 1.192.614,035
6	Rp. 92.753.137,8472	Rp. 1.192.614,035
7	Rp. 105.242.540,2778	Rp. 1.192.614,035
8	Rp. 111.148.792,7083	Rp. 1.192.614,035
9	Rp. 125.708.445,1389	Rp. 1.192.614,035
10	Rp. 145.988.847,5694	Rp. 1.192.614,035
11	Rp. 171.757.250	Rp. 971.248,4612

3. Validasi Kendala Ketiga

k	q_k	r_k	\bar{d}_k
0	2667,4167	0,000003551	2619,5833
1	2667,4167	0,0000038624	2619,5833
2	2667,4167	0,0000042321	2619,5833
3	2667,4167	0,0000046772	2619,5833
4	2667,4167	0,0000052218	2619,5833
5	2667,4167	0,0000058992	2619,5833
6	2667,4167	0,0000067539	2619,5833
7	2667,4167	0,0000078295	2619,5833
8	2667,4167	0,000002718	2619,5833
9	2667,4167	0,0000040139	2619,5833
10	2667,4167	0,0000080352	2619,5833
11	1107,5061	1559,9106	2619,5833

4. Validasi Kendala Keempat

k	u_k	d
0	10000	10000
1	10000	10000
2	10000	10000
3	10000	10000
4	10000	10000
5	10000	10000
6	10000	10000
7	10000	10000
8	10000	10000
9	10000	10000
10	10000	10000
11	10000	10000

5. Validasi Kendala Kelima

k	$x_0 + \sum_{k=0}^{T-1} (u_k - \bar{d}_k) + q_k \Gamma_k + \sum_{k=0}^{T-1} r_k$	G
0	4.122	50.000
1	4.122	50.000
2	4.122	50.000
3	4.122	50.000
4	4.122	50.000
5	4.122	50.000
6	4.122	50.000
7	4.122	50.000
8	4.122	50.000
9	4.122	50.000
10	4.122	50.000
11	-938	50.000

KESIMPULAN

Dengan menggunakan optimisasi robust untuk produk roti pengusaha UMKM, total biaya persediaan yang didapatkan adalah sebesar Rp.1.049.079.689,5833 selama satu tahun. Dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan ini lebih sedikit dibandingkan dengan perhitungan yang dilakukan oleh UMKM Anandia Bakery yaitu sebesar Rp. 1.044.467.753. Pada tahap validasi didapatkan bahwa setiap variabel memenuhi kendala atau batasan, maka hasil perhitungan dinyatakan valid.

DAFTAR PUSTAKA

- A'yun, B.A.Q. 2017. Optimisasi Robust Untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Sandal. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Teknologi Sepuluh Noverber, Surabaya
- Gabrel, V., Murat, C., Thiele, A. 2013. Recent Advances in Robust Optimization: An Overview. European Journal of Operational Research. 235(3):471-483.
- Sutjiadi, S.T. 2014. Pengendalian Persediaan Bahan Baku Roti di UD Minang Jaya. Skripsi. Program Studi Teknik Industri. Fakultas Teknologi Industri. Universitas Atma Jaya, Yogyakarta.

